愛知工業大学研究報告
第２６号Ｂ　平成３年

ビショップ分割法を用いた三次元支持力解析（Ｉ）

Three Dimensional Bearing Capacity Analysis by use of Bishop's Method of Slices (I)

成田国朝・山口柏樹[+]
Kunitomo Narita and Hakuju Yamaguchi

Although the method of slices for slope stability has been verified successful in the calculation of bearing capacity of strip footings on inhomogeneous and an-isotropic foundations, it has not yet been applied for three dimensional problems. A conventional 3D analysis of bearing capacity of square and rectangular footings is presented in this paper, by use of the Bishop's simplified method of slices, for assumed curved sliding surfaces composed of log-spirals in the direction of the longer axis of the base.

The paper consists of two parts; Part(Ｉ), derivation of equilibrium equations to obtain bearing capacity, and Part(Ⅱ), numerical calculations to study characteristics of 3D solutions and shape factors.

１．はじめに

地盤の支持力評価は帯基礎（二次元）問題として歴史的にも古くから研究が進められ、理論的な面での成果はほぼ一定の水準に達したと考えてよい。これに対し円形基礎や正方形および長方形基礎のような、いわゆる三次元支持力問題では、その数学的な取扱いの困難さが解析的研究の進展を阻害する大きな障壁となり、解析対象をかなり限定せざるを得ない状況にある。したがって、実際問題における支持力評価においては、実用的な見地から帯基礎の支持力公式を流用し、これに実験や経験等から定めた形状係数を導入する形で議論が進められている[1]。

三次元支持力理論については、著者らの一人[2]がこれまでの研究成果を紹介し、研究展望をまとめている。理論的研究の歴史は1950年代に遡り、Shieldら[3]が非排水（非圧縮）条件が満たされるTresca材（$\phi=0$材）としての均質粘土地盤上の正方形及び長方形基礎に対し、極限解析を行って支持力の上界値と下界値を求めている。正規圧密粘土地盤のように非排水強さが深さとともに増加する問題については、中瀬[4]が長方形基礎に対して円筒形状のすべり面を仮定した安定計算を行い、その結果を帯基礎の厳密解と対比して形状係数の形で整理し、実設計への資料を与えている。鵜飼[5]は、上記Shieldらが提案した可容速度場を部分的に改良して、基礎底面の粗滑を含むより一般的な条件下での極限解析を行い、従来解との比較を通じて正規圧密粘土地盤上の正方形及び長方形基礎の支持力を総括的に論じている。

円形基礎は軸対称載荷問題であるから理論的な取扱いが比較的容易であり、古くからKötter方程式を解く剛塑性解析が行われている[6)7)]。この種の解析では、中間主応力（円周応力：$\sigma\theta$）の仮定の仕方によって支持力特性が大きく変化することが考えられるため、山口ら[3]や勝見[9]は、最大・最小主応力（σ_1，σ_3）の間で$\sigma\theta$を幾つか変化させた解析を行い、支持力の値やその分布形状に与える$\sigma\theta$の影響を調べている。また、鵜飼[10]は内部摩擦角ϕ'の応力依存性を考慮できる降伏条件式を用いて同様の

土木工学科
[+]東京電機大学

解析を行い、σθの増加に伴う φ'の増加と半径方向への押し出し分力の増加の相乗作用によって支持力は単調に変化しないことを示している。

ところで、帯基礎では斜面安定解析の分割法を用いた支持力計算法が、不均質性や異方性など、複雑な特性を有する地盤において有用であることが示されている[11)]。一方、有限幅の載荷では地盤内で曲面状のすべり破壊が想定されるが、この種の三次元すべりに対する安定解析は斜面安定問題において既に幾つか見られており、その成果は着々と実を結びつつある。これらは主として、円筒や円錐体あるいは回転楕円体などで表現されるすべり土塊を柱状の要素に分割して極限平衡解析を行うものであり、分割柱体間力を全て無視したHovland[12)]の簡便解析やSpencer法を拡張したChenら[13)]の解析をはじめとして、Bakerら[14)]の変分法に基づく解析、Hungr[15)]や鵜飼ら[16)]の簡易Bishop法やJanbu法を拡張した解析などが実用的な手法として提案されている。しかし、三次元支持力問題において、これらの斜面安定解析の手法を応用した例は未だ見られていない。

本研究は、対数ら線を長辺方向に組み合わせて構成される曲面状のすべり面に対して、斜面安定解析で用いられる簡易ビショップ分割法を適用し、正方形および長方形基礎に対する簡便な三次元支持力解析法を提案しようとするものである。

論文は以下の2部構成とし、内容を

（Ⅰ）支持力解析法の提示

（Ⅱ）数値計算結果と考察

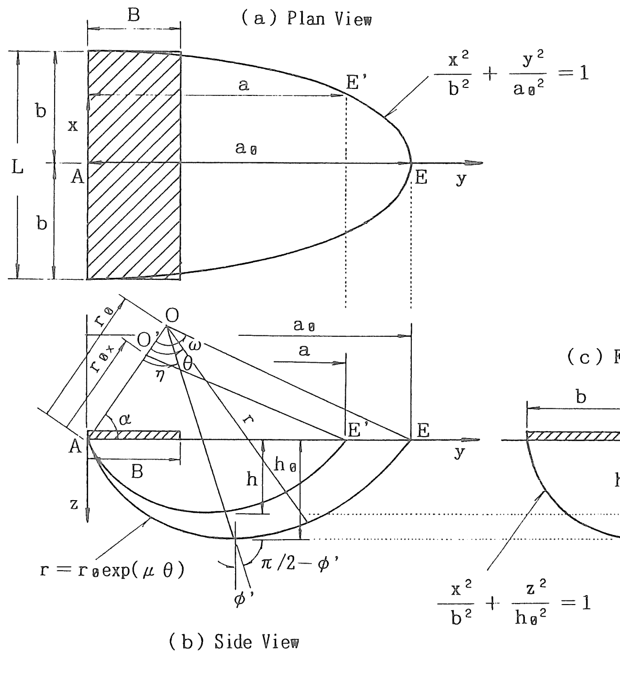
に分けてまとめる。本編は（Ⅰ）として、三次元支持力に関する従来の研究成果を概観し、本研究の位置付けを示したのち、分割法を用いた支持力解析法を詳述する。なお、論文構成の統一を図る意味で、図表および式の番号は（Ⅰ）、（Ⅱ）編を通じて連番とし、参考文献は本編に一括掲載することにした。

2．分割法支持力解析

2．1　すべり面の仮定

本論文で仮定した曲面すべり面の形状を図－1の（a）平面図、（b）側面図および（c）正面図に示す。すべり面は、基本的には基礎左端を通る対数ら線の組み合せで構成されるものとし、その大きさ（すべり領域幅aおよびすべり面深さh）を楕円形状に変化させて立体的な曲面を与える。以下では、基礎の中央から長辺L方向（すべり回転軸方向）にx軸、短辺B方向（すべり方向）にy軸、深さ方向（鉛直下方）にz軸を設定する。

側面図において、すべり面の最大断面（領域幅：a_0，深さ：h_0）を与える対数ら線の極を点Oとすると、その位置は始線OAの長さr_0と基礎面から



図－1　曲面すべり面の仮定

の傾角αの組み合せで規定される。このとき対数ら線の方程式は、$\mu=\tan\phi'$（ϕ'：有効せん断抵抗角）と置き、始線から測った角θを変数として

$$r=r_0\exp(\mu\theta) \tag{1}$$

で表され、ら線上の任意点の座標（y，z）は

$$\begin{aligned} y&=r_0\left[\cos\alpha-\exp(\mu\theta)\cos(\alpha+\theta)\right]\\ z&=r_0\left[\exp(\mu\theta)\sin(\alpha+\theta)-\sin\alpha\right] \end{aligned} \tag{2}$$

で与えられる。ら線の中心角をωと置くと、第１式で$\theta=\omega$としたyがa_0を与えるから

$$a_0=r_0\left[\cos\alpha-\exp(\mu\omega)\cos(\alpha+\omega)\right] \tag{3}$$

ただし、ωはαとの間に

$$\exp(\mu\omega)=\sin\alpha/\sin(\alpha+\omega) \tag{4}$$

の関係がある。一方、$\theta=\eta$で対数ら線が最深点を通るとすると、幾何学的な関係から

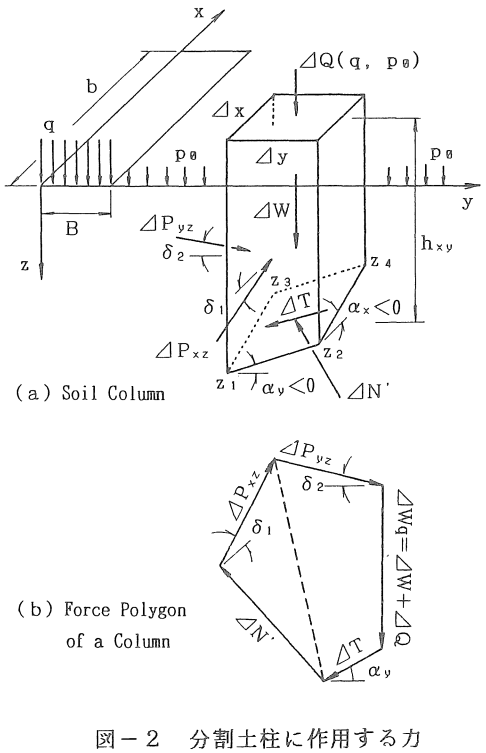
$$\eta=\pi/2+\phi'-\alpha \tag{5}$$

であり、このとき$z=h_0$となって

$$h_0=r_0\left[\exp(\mu\eta)\cos\phi'-\sin\alpha\right] \tag{6}$$

を得る。以上、式(3)および式(6)によって、最大断面を与える極の位置（r_0,α）と断面値（a_0,h_0）の関係が定まる。

さて、最大断面より長辺Ｌ方向にｘだけ離れた位置のすべり面の形状を断面値（a，h）を有する対数ら線と考え、その変化を楕円の方程式で表現する。



図－２　分割土柱に作用する力

すなわち、a値はｘｙ面内（平面図）でa_0, bを長短軸とする楕円のｙ座標値で、ｈ値はｘｚ面内（正面図）でb, h_0を長短軸とする楕円のｚ座標値で与えられるものとすると、（a，h）と位置ｘの関係は

$$\begin{aligned} a\ (=y)&=a_0\sqrt{1-(x/b)^2}\\ h\ (=z)&=h_0\sqrt{1-(x/b)^2} \end{aligned} \tag{7}$$

となる。　上式で明らかなように、断面値の比率は$a/h=a_0/h_0$となって、ｘによらず一定である。また、式(3)，(6)から、この比率a_0/h_0は（r_0が消去される結果）αだけの関数で表されることが分かる。したがって、任意のｘに対し対数ら線の形状は最大断面と相似に与えられ、始線の傾角αは一定で、極の位置は側面からみてＯＡ上で移動することになる。このとき、ｘ位置の始線長r_{0x}は式(7)の断面値（a，h）と比例関係にあるから、最大断面のr_0に対して次の関係で定まる。

$$r_{0x}=r_0\sqrt{1-(x/b)^2} \tag{8}$$

２．２　分割土柱に作用する力

前節で定義した曲面状のすべり領域を、図－２のように地表面で（$\Delta x\times\Delta y$）の辺長を有する微小な角柱体の土柱に分割する。底面（すべり面）の幾何学的条件を規定する４点のｚ座標を$z_1\sim z_4$とすると、各諸量は以下のように与えられる。

①土柱高：$h_{xy}=(z_1+z_2+z_3+z_4)/4$

②すべり面の傾き（α_x，α_y）

ｘｚ面内：$\tan\alpha_x=\partial z/\partial x=(z_4+z_3-z_2-z_1)/(2\Delta x)$

ｙｚ面内：$\tan\alpha_y=\partial z/\partial y=(z_4+z_2-z_3-z_1)/(2\Delta y)$

③すべり面の法線の方向余弦（l, m, n）

$l=-\tan\alpha_x/\lambda$，$m=-\tan\alpha_y/\lambda$，$n=1/\lambda$

ただし、$\lambda=\sqrt{1+\tan^2\alpha_x+\tan^2\alpha_y}$

④土柱の底面積：$\Delta A=\lambda\Delta x\Delta y$

(9)

さて、分割土柱に働く力は自重や地表面荷重、すべり面上の垂直・せん断力、そして土柱側面に作用する不静定内力に分けられる。各力の作用状況と力の多角形を図－２(a)，(b)に示し、その特性を以下に整理する。

①自重：$\Delta W=\gamma h_{xy}\cdot\Delta x\Delta y$

水面下ではγに水中単位体積重量γ'を用いて有効重量を計算する。

地表面荷重：$\Delta Q=(q,\ p_0)\cdot\Delta x\Delta y$

基礎面内では支持力値q、面外ではサーチャージp_0をとる。

2つの力はまとめて扱うことができ

$$\Delta W_q=\Delta W+\Delta Q=\sigma_v'\cdot\Delta x\Delta y$$

$$\sigma_v'=\begin{cases} q\ +\gamma h_{xy}\ (0\leqq y\leqq B) \\ p_0+\gamma h_{xy}\ (B<y)\end{cases}\qquad(10)$$

と整理される。方向余弦は（0,0,1）である。

②すべり面上の有効垂直力：$\Delta N'$

有効重量ΔW_qに応じて、垂直力も有効応力で考える。すべり面の法線方向に作用するから、方向余弦は式(9)の（l,m,n）である。

③すべり面上のせん断力：ΔT

yz面内に作用し、すべりと直交するx軸方向の成分はないと仮定する。したがって、方向余弦は（0, $\cos\alpha_x$, $\sin\alpha_y$）である。

④xz面内の不静定内力：ΔP_{xz}

xz面内に現れる2つの側面に作用する不静定内力の合力をΔP_{xz}と置く。水平に対し下向きに角度δ_1を測ると、方向余弦は（$\cos\delta_1$, 0, $\sin\delta_1$）となる。すべりと直交する方向に作用するので、すべり土塊に対する側方拘束力[17]としての意味をもつ。

⑤yz面内の不静定内力：ΔP_{yz}

yz面内の不静定内力の合力であり、二次元問題で扱う断面力（あるいは側面力）に相当する。水平に対し下向きに角度δ_2を測り、方向余弦を（0, $\cos\delta_2$, $\sin\delta_2$）とする。

問題を静定化するためには、上記の2つの不静定内力に関して何等かの条件を付与する必要があり、本論文では以下の仮定を設けることにする。

ΔP_{xz}：土塊内の側方拘束力はすべり面に平行に作用する（$\delta_1=\alpha_x$）と仮定する。方向余弦は（$\cos\alpha_x$, 0, $\sin\alpha_x$）となる。

ΔP_{yz}：簡易ビショップ法に準じて、断面力は水平に作用する（$\delta_2=0$）と仮定する。方向余弦は（0,1,0）になる。

図－2(b)において、ΔW_q, ΔT およびΔP_{yz}はyz面内の力、ΔP_{xz}はxz面内の力であり、更に上の $\delta_1=\alpha_x$, $\delta_2=0$ を考慮すると、鉛直方向の力のつり合いより

$$\Delta N'n-\Delta P_{xz}\sin\alpha_x+\Delta T\sin\alpha_y-\Delta W_q=0$$

また、xz面内での水平方向のつり合いより

$$\Delta N'l-\Delta P_{xz}\cos\alpha_x=0$$

となり、ΔP_{xz}を消去すると

$$\Delta N'(1+\tan^2\alpha_x)/\lambda+\Delta T\sin\alpha_y=\Delta W_q\qquad(11)$$

を得る。一方、支持力問題では地盤が極限平衡状態（すべり面上で強度安全率：Fs＝1）に至った時点を対象としているので、ΔTはすべり面上で発揮されるせん断抵抗力ΔSBに等しく、$\Delta N'$との間に

$$\Delta T=\Delta SB=c'\Delta A+\Delta N'\tan\phi'\qquad(12)$$

の関係がある。ここで、c'は有効粘着力である。式(11),(12)よりΔTを消去して$\Delta N'$を求めると

$$\Delta N'=(\Delta W_q-c'\lambda\Delta x\Delta y\sin\alpha_y)/m\alpha$$

$$m\alpha=(1+\tan^2\alpha_x)/\lambda+\sin\alpha_y\tan\phi'\qquad(13)$$

となり、これを式(12)に再代入すると次式を得る。

$$\Delta T=\{c'\Delta x\Delta y(1+\tan^2\alpha_x)+\Delta W_q\tan\phi'\}/m\alpha\qquad(14)$$

上式で$\Delta W_q=\sigma_v'\Delta x\Delta y$であるから、ビショップ法におけるすべり面上のせん断抵抗(τB)は、$\tau B=\Delta T/\Delta A=\Delta T/(\lambda\Delta x\Delta y)$より

$$\tau B=\{c'(1+\tan^2\alpha_x)+\sigma_v'\tan\phi'\}/(\lambda\cdot m\alpha)\qquad(15)$$

と表される。ここで、yz面内の二次元すべりを考えると、$\alpha_x=0$, $\lambda=1/\cos\alpha_y$であるから

$$\tau B=\frac{c'+\sigma_v'\tan\phi'}{1+\tan\alpha_y\tan\phi'}\qquad(16)$$

となり、周知の関係式[18]を得る。

2．3　支持力計算

以上の諸式を通じて水平地盤の支持力解析を行うのであるが、その基本的な考え方は今泉ら[11]の二次元解析と同様であり、すべり土塊全体のモーメントつり合いを調べて支持力値qを逆算する方法をとる。図－3にすべり領域の分割方法を示す。図中の主な記号は以下の通りである。

i：x軸方向の分割柱番号

j：y軸方向の分割柱番号

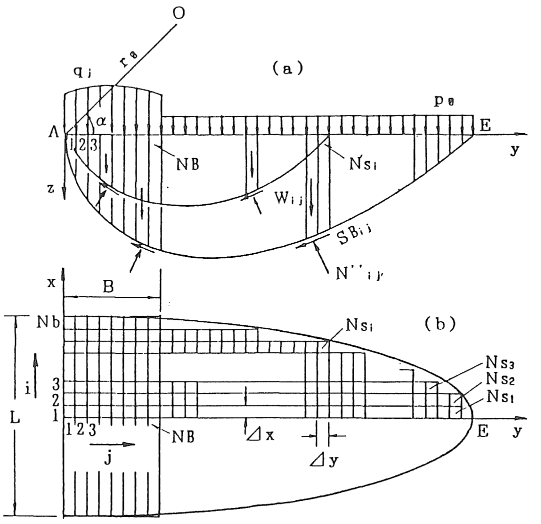
NB：基礎短辺Bの分割個数

Nb：基礎長辺の半分bの分割個数

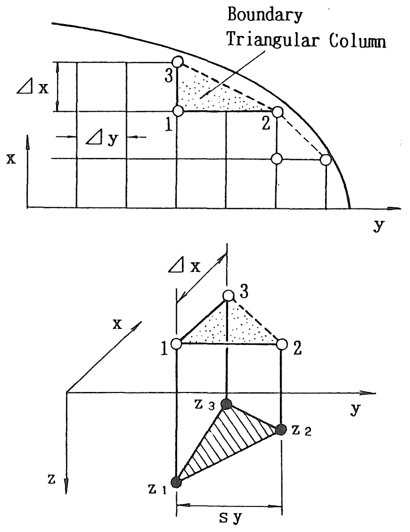
Ns_i：$x=x_i$でのy軸方向の分割個数

なお、すべり領域を一様な大きさの角柱体で分割しようとすると末端部に図－4に示すような三角柱体の土柱が残る。この三角柱体の幾何形状を表す諸量は、式(9)で$z_1\sim z_3$を用いれば角柱体と同様に求められる。したがって、以下の展開において角柱体と三角柱体は本質的に区別なく取り扱ってよい。

ところで、前節に示した分割土柱に働く5つの力



図－3　すべり領域の分割



図－4　末端部の三角柱体

のうち、不静定内力は全体のつり合いに関与しないから、すべり土塊のモーメントつり合いにおいて考慮すべき力は ΔW_q, $\Delta N'$, ΔT $(=\Delta SB)$ の3つである。(x, y)方向の(i, j)番目の分割柱に関する諸量には添字i, jを適宜付けることにして、$\Delta W_q \to W_{ij}$, $\Delta N' \to N'_{ij}$, $\Delta SB \to SB_{ij}$ などと書き改めると、次のように整理される。

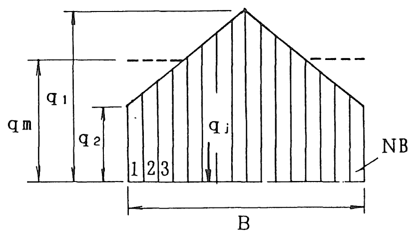
①分割柱鉛直力：W_{ij}

自重と表面力の和として式(10)で表され

$$W_{ij} = \sigma_v{}'_{ij} \cdot \Delta x \Delta y \tag{17}$$

$$\sigma_v{}'_{ij} = \begin{array}{ll} q_j + \gamma h_{ij} & (1 \leqq j \leqq NB) \\ p_0 + \gamma h_{ij} & (NB+1 \leqq j \leqq Ns_i) \end{array}$$

ここで、q_jは分布支持力、p_0はサーチャージ、γh_{ij}は土かぶり圧である。支持力成分によってq_jには異なる分布形が想定されるので[11]、ここでは一般形状として、基礎幅B内で対称的な図－5のような支持力分布を考える。支持力の平均値を $q_m = Q/BL = (q_1 + q_2)/2$ として $y = y_j$ の分布力を $q_j = f_j \cdot q_m$ の形で表すと、f_jの一般形は次のようになる($q_2' = q_2/q_m$, $F(j) = 2(2j-1)/NB$ と置く)。



図－5　支持力分布の仮定

左区間：$f_j = F(j) + q_2' \{1 - F(j)\}$

右区間：$f_j = 4 - F(j) + q_2' \{F(j) - 3\}$

特別な場合として、一様分布では$q_2' = 1$ でjによらず $f_j = 1$、三角形分布では $q_2' = 0$ でf_j は最終項を除いた形になる。

②分割柱底面有効垂直力：N'_{ij}

式(13)で与えられ、式(17)を用いると

$$N'_{ij} = (\sigma_v{}'_{ij} - c' \lambda \sin \alpha_y) \times \Delta x \Delta y / m\alpha \tag{18}$$

③分割柱底面せん断抵抗力：SB_{ij}

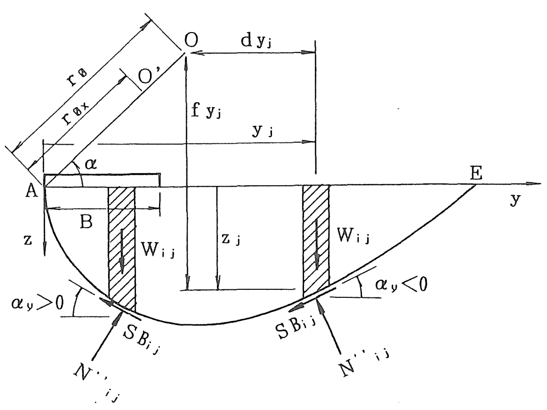
式(15)のτB より $(n\alpha = 1 + \tan^2 \alpha_x$ と置く)

$$SB_{ij} = \tau B_{ij} \lambda \Delta x \Delta y \tag{19}$$

$$\tau B_{ij} = (c' n\alpha + \sigma_v{}'_{ij} \tan \phi')/(\lambda \cdot m\alpha)$$

さて、最大断面を与える対数ら線の極O(r_0, α)を通りx軸に平行な軸線に関してモーメントつり合いを考える（図－6）。すべり面が円弧でなく、またx軸方向の任意地点のすべり面を与える対数ら線の極O'(r_{0x}, α)がモーメント回転軸と一致しないから、底面垂直力N'_{ij} もモーメントつり合いに関与する。ただし、モーメントに寄与するのはN'_{ij} のyz面内の成分であり、これをN''_{ij}と置くと

$$N''_{ij} = N'_{ij} \sqrt{m^2 + n^2} = N'_{ij}/(\lambda \cos \alpha_y)$$



図－６　モーメントつり合い

である。モーメント計算を行う場合はSB_{ij} および N''_{ij}を水平・鉛直成分に分割し、各方向の合力を求めた方が便利である。座標軸方向を正にとると、これら水平・鉛直成分の合力H_{ij}およびV_{ij}は

$$\begin{aligned} H_{ij} &= N'_{ij}\tan\alpha_y/\lambda - SB_{ij}\cos\alpha_y \\ V_{ij} &= W_{ij} - N'_{ij}/\lambda - SB_{ij}\sin\alpha_y \end{aligned} \qquad (20)$$

となる。また、両合力の極Oからの足の長さdy_jおよびfy_jは、図－６より

$$\begin{aligned} dy_j &= y_j - r_0\cos\alpha \\ fy_j &= z_j + r_0\sin\alpha \end{aligned} \qquad (21)$$

である。したがって、モーメントつり合い式は形式的に次のように書ける。

$$\Sigma(H_{ij}\times fy_j - V_{ij}\times dy_j) = 0$$

H_{ij}, V_{ij} に式(17)～(19) を用い、$\varDelta x \varDelta y$を消去すると、上式の具体的な形は

$$\begin{aligned} &\Sigma i\Sigma j\,(s_{ij}\tan\alpha_y - t_{ij}\cos\alpha_y)\times fy_j \\ &-\Sigma i\Sigma j\,(\sigma_v{}'_{ij} - s_{ij} - t_{ij}\sin\alpha_y)\times dy_j = 0 \\ &s_{ij} = (\sigma_v{}'_{ij} - c'\lambda\sin\alpha_y)/(\lambda\cdot m\alpha) \\ &t_{ij} = (c'n\alpha + \sigma_v{}'_{ij}\tan\phi')/m\alpha \end{aligned}$$

となる。ただし、Σi, Σj はそれぞれ x, y 方向の和を意味する。上式を$\sigma_v{}'_{ij}$とc' の項に分け、それぞれの係数をdw_j, dc_j と置くと、モーメントつり合い式は以下のように整理される。

$$\Sigma i\Sigma j\,(\sigma_v{}'_{ij}\cdot dw_j + c'\cdot dc_j) = 0 \qquad (22)$$

$$\begin{aligned} dw_j &= -dy_j + d_{1j}/\lambda + d_{2j}\tan\phi' \\ dc_j &= d_{2j}n\alpha - d_{1j}\sin\alpha_y \\ d_{1j} &= (dy_j + fy_j\tan\alpha_y)/m\alpha \\ d_{2j} &= (dy_j\sin\alpha_y - fy_j\cos\alpha_y)/m\alpha \end{aligned}$$

式(17)に見られるように、$\sigma_v{}'_{ij}$は基礎面内で未知の支持力q_j を含むから、y(j)方向の総和(Σj)を分割して

Σj_1：基礎幅B内（$j=1\sim NB$）

Σj_2：基礎面外（$j=NB+1\sim Ns_i$）

なる記号を用いると、式(22)は

$$\begin{aligned} &\Sigma i\Sigma j_1\,(f_j qm + \gamma h_{ij})\cdot dw_j \\ &+\Sigma i\Sigma j_2\,(p_0 + \gamma h_{ij})\cdot dw_j \\ &\qquad +\Sigma i\Sigma j\,(c'\cdot dc_j) = 0 \end{aligned}$$

と表される。したがって、支持力の平均値qm を求める式は、最終的に以下のように誘導される。

$$qm = -\frac{\Sigma i\Sigma j\,(\sigma_0{}'_{ij}\cdot dw_j + c'\cdot dc_j)}{\Sigma i\Sigma j_1\,(f_j\cdot dw_j)} \qquad (23)$$

$$\sigma_0{}'_{ij} = \begin{cases} \gamma h_{ij} & (1\leqq j\leqq NB) \\ p_0 + \gamma h_{ij} & (NB+1\leqq j\leqq Ns_i) \end{cases}$$

モーメント中心点O(r_0, α)の位置を変えてqmを計算し、その最小値を追求すれば所要の極限支持力qu が得られる。三次元支持力においてもテルツアギ型の支持力公式

$$qu = c'Nc + p_0Nq + (\gamma B/2)N\gamma \qquad (24)$$

が成り立つものと考えると、c', p_0 および γB の各項ごとにqu を求めることによって、対応する支持力係数（Nc, Nq, $N\gamma$）が定まる。

参考文献

1）Vesic, A.S. (1975): "Bearing capacity of shallow foundations," Foundation Engineering Handbook, Van Nostrand Reinhold, pp.121-144.
2）山口柏樹(1988): "三次元支持力理論の展望," 土木学会論文集, 第394号／III-9, pp.1-10.
3）Shield, R.T. and Drucker, D.C. (1953) : "The application of limit analysis to punch-indentation problems," Jour. of Appl. Mech., ASCE, pp.453-460.
4）Nakase, A. (1981): "Bearing capacity of rectangular footings on clays of strength increasing linearly with depth," Soils and Foundations, Vol.21, No.4, pp.101-108.
5）鵜飼恵三(1985) : "不均質な粘土地盤上の正方形および長方形基礎の支持力, " 土質工学会論文報告集, Vol.25, No.4, pp.179-185.
6）Shield, R.T. (1955): "On the plastic flow of metals under conditions of axial symmetry," Proc. Roy. Soc. of London A, Vol.233, pp.267-287.

7）Cox,A.D., Eason,G. and Hopkins,H.G.: “Axially symmetric plastic deformations in soils,” Phil. Trans. Roy. Soc. of London A, Vol.254, No.1036, pp.1-45.

8）山口柏樹・木村孟・寺師昌明(1968)：“極限支持力の精密解について，”第３回土質工学研究発表会講演集，Ⅱ-15，pp.333-338.

9）勝見雅(1976)：“中間主応力に注目した円形剛基礎の支持力に関する研究，”土木学会論文報告集，第252号，pp.73-85.

10）鵜飼恵三(1987)：“砂地盤上の円形基礎の支持力に関する剛塑性解析，” 土質工学会論文報告集，Vol.27，No.4，pp.204-207.

11）今泉繁良・山口柏樹(1986)：“分割法による地盤の支持力計算法，”土質工学会論文報告集，Vol.26，No.2，pp.143-150.

12）Hovland,H.J.(1977)：“Three-dimensional slope stability analysis method,” Proc. of ASCE, Vol.103, GT9, pp.971-986.

13）Chen,R.H. and Chameau,J.L.(1982): “Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes,” Geotechnique, Vol.32, No.1, pp.31-40.

14）Baker,R. and Leshchinsky,D.(1987): “Stability analysis of conical heaps,” Soils and Foundations, Vol.27, No.4, pp.99-110.

15）Hungr,O.(1987): “An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions,” Geotechnique, Vol.37, No.1, pp.113-117.

16）鵜飼恵三・細堀建司(1988)：“簡易Bishop法、簡易Janbu法およびSpencer法の三次元への拡張，”土木学会論文集，第394号／Ⅲ-9，pp.21-26.

17）鵜飼恵三・細堀建司・永瀬英生・榎戸源則(1986)：“簡易分割法による斜面の三次元安定解析，”土木学会論文集，第376号／Ⅲ-6，pp.267-276.

18）山口柏樹(1984): “（全改訂）土質力学，”技報堂，pp.262-270.

19）Narita,K. and Yamaguchi,H.(1989): “Analysis of bearing capacity for log-spiral sliding surfaces,” Soils and Foundations, Vol.29, No.2, pp.85-98.

20）Narita,K. and Yamaguchi,H.(1991): Closure, Soils and Foundations, Vol.31, No.1.

21）Brinch Hansen J.(1961): “A general formula for bearing capacity,” Bulletin No.11, Danish Geotechnical Institute, pp.38-46.

22）Meyerhof,G.G.(1963): “Some recent research on the bearing capacity of foundations,” Can. Geotech. Jour., Vol.Ⅰ, No.1, pp.16-26.

23）De Beer,E.E.(1970): “Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand,” Geotechnique, Vol.20, No.4, pp.387-411.

（受理　平成３年３月20日）