

# 盛土の圧密挙動に関する解析的表示

成 田 国 朝

## Analytical Expressions for Consolidation Behaviors of Embankments

Kunitomo NARITA

This paper concerns with the derivation of analytical expressions for such consolidation behaviors as settlements and pore pressures developed in embankments during and after construction. Basic assumptions involved in the analysis are that an embankment is constructed as a soil column in shape and that consolidation behaviors obey the concept of Terzaghi's one-dimensional consolidation. Unlike recent rigorous finite element approaches, analytical expressions are developed from a clear-cut point of view, aiming at simple and practical applications in the preliminary design as well as in analyzing field observation data. A few example applications showed that the present analytical approach on the whole yields good correspondence with settlements and pore pressures in actual dams.

### 1. はじめに

フィルダムの設計・施工において、堤体の沈下量や堤体内に発生する間隙圧の挙動を正確に予測することは、経済的かつ安全性の高いダムを構築する上で極めて重要な問題の一つである。アースダムやロックフィルダムのコア部のように圧密効果の大きい材料を含む盛土の沈下や間隙圧は、材料の圧密性はもちろん、排出路長や盛土速さなど時間を含む因子に影響されるところが大きい。したがって、これら圧密挙動の解析を行う場合は材料定数のみならず、堤体形状や施工条件、更に地形条件などに関しても実際となるべく近い条件を取入れることが望ましい。逆に言えば、堤体の圧密解析は単に沈下量や間隙圧の値を見積る意味だけをもつものではなく、築堤材料の選定や堤体断面の配置、盛土速さや期間の決定など数多くの問題に関連するのである。

フィルダムの変形や間隙圧の問題は、最近では時間因子を取入れた有限要素解析によってかなり精度良く解けるようになった。これには、例えば有効応力に基づく応力・変形解析と浸透解析を組合わせた、いわゆるカップリング問題としてのアプローチを飽和盛土の圧密問題に適用した Cavounidis ら<sup>1)</sup>の研究や、封入不飽和状態の問題に適用した Duncan ら<sup>2)</sup>の研究が挙げられる。しかし、これらの連成問題としての取扱いが解の厳密性を要求しただけ解析手続きや物性値の決定などが煩雑であり、実

際問題への適用を考えた場合、必ずしも有用とは言い難い。この難点を避けるため、Eisenstein ら<sup>3)</sup>は盛土の段階載荷の各過程のなかで圧密方程式を微小時間ごとに解く形で解析手続きを簡略化し、実用の範囲内で実測値と良く対応する結果を得ている。また筆者ら<sup>4)</sup>も先に、有限要素法を用い、一次元圧密の考え方に基づいた簡便的な間隙圧評価法を提案し、実測値と照査してその有効性を確めている。

このように、有限要素法は任意の断面形状や境界条件を有する問題の解析に巾広く適用できるため、堤体の圧密挙動の解析においても有力な手段となっている。しかし、予備設計の段階で概略の値を見積る場合や、現場で観測値の動向を整理・解析しながら施工管理を進めていく場合などでは、精密な数値解を求めるより、境界条件等の設定において厳密さは欠けるが一般性のある解析解の適用が望まれる場合が少なくない。

以上のことから、本研究では、堤体の形状を無視し、盛土層を単純な土プリズムで置き換えた場合の沈下や間隙圧に関する幾つかの解析的表示を導き、解の特性や実測値との対応性について一、二考察を加えるものである。

### 2. 圧密沈下の解析的表示

#### 2. 1 解析条件

まず、本文で示した沈下や間隙圧の解析的表示を導くに当たって設定した基本的な条件をまとめて述べておく。

- 1) 図-1 に示したように、堤体盛土は外形状を無視した均質な土プリズムで表現する。解を求めるに当っては、プリズムを幾つかの水平層に分割して段階的な施工過程を表現するものとする。
- 2) 断面配置や地形条件を無視しているため、堤体内のアーチ作用等による鉛直土圧の低減効果は考慮せず、プリズムの自重は盛土底部まで一様に伝達されると仮定する。
- 3) 圧密挙動は Terzaghi の一次元圧密論に従うものとする。一次元圧密において一定荷重の下での土層の圧密度  $U$  と時間係数  $T$  の関係は次式で与えられる。

$$U(T) = 1 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha T} \dots\dots\dots(1)$$

$$\alpha = \left( \frac{2n+1}{2} \pi \right)^2$$

- 4) 上記の圧密解を適用するに当って、脱水は水平方向にのみ生ずると仮定する。これは、フィルダムのような転圧盛土では層構造が形成され易く、一般に鉛直方向に比べて水平方向の透水性が極めて大きいこと、鉛直方向の透水性を考えると施工中に排水路長が刻々変化するため解析が複雑になること、などによる。
- 5) 盛土は一定の速さで盛立てられ、途中に休止期間を含まないと仮定する。

2. 2 圧密沈下の一般表示

盛土の段階的な施工過程を考慮した圧密沈下解析を行うために、図-1 に示すように盛土を模式的に  $N$  層の水平層に分割する。そして、各土層表面のレベル高を下か

ら順に、 $y_1, y_2, \dots, y_N$  と付け、 $i$  層目の盛土が行われたときのレベル  $y_j$  ( $j < i$ ) における鉛直変位 (圧密沈下量) の増分を、一般に  $\Delta_i v_f(y_j)$  と記すことにする (添字 "f" は圧密沈下の "最終値" を意味する)。また、盛土は一樣速度で盛立てられるものとし、1層当りの盛土期間を  $\Delta\tau$  とする。いま、 $i$  層が  $t = \tau_{i-1} = (i-1)\Delta\tau$  で盛られ、次の盛土段階に至る間:  $\tau_{i-1} < t < \tau_i$  を考えると、第1層の時刻  $t$  までの累積圧縮量  $\Delta\delta_1$  は、 $i$  層までの盛土によるレベル  $y_1$  における沈下量を盛土の時間差を考えた加え合わせたものに等しく、

$$\Delta\delta_1 = \sum_{k=1}^i \Delta_k v_f(y_1) \cdot U(t - \tau_{k-1}) \dots\dots(2 \cdot a)$$

となる。ただし、 $U(t)$  は式 (1) を実時間  $t$  の関数で表示した式である。次に第2層について考えると、この層の圧縮量  $\Delta\delta_2$  はレベル  $y_2$  と  $y_1$  の同時刻における沈下量の差で与えられるから、

$$\Delta\delta_2 = \sum_{k=2}^i \{ \Delta_k v_f(y_2) - \Delta_k v_f(y_1) \} \cdot U(t - \tau_{k-1}) \dots\dots(2 \cdot b)$$

となる。以下同様にして、最終の  $i$  層の圧縮量  $\Delta\delta_i$  は、

$$\Delta\delta_i = \{ \Delta_i v_f(y_i) - \Delta_i v_f(y_{i-1}) \} \cdot U(t - \tau_{i-1}) \dots\dots(2 \cdot c)$$

となり、これらの総和をとると時刻  $t$  までの盛土の圧縮沈下  $S_t$  が以下のように得られる。

$$S_t = \Delta\delta_1 + \Delta\delta_2 + \dots + \Delta\delta_i$$

$$= \sum_{k=1}^i \Delta_k v_f(y_k) \cdot U(t - \tau_{k-1}) \dots\dots(3)$$

式 (3) で  $i=N$  としたものが盛土完了後の任意時刻  $t$  までの圧密沈下  $S_t$

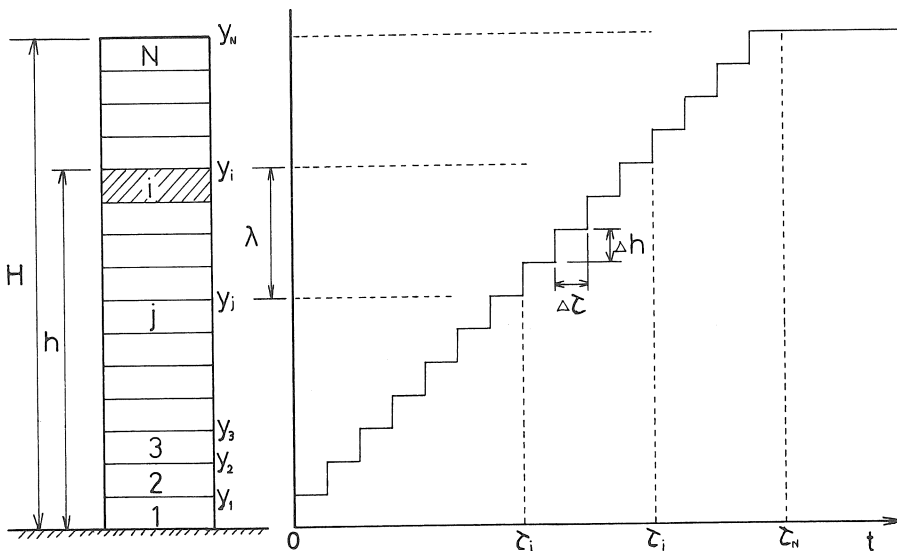


図-1 盛土の土プリズム表示

$$S_t = \sum_{k=1}^N \Delta_k v_t(y_k) \cdot U(t - \tau_{k-1}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$t \geq \tau_c = N \Delta \tau$$

を与えるが、このなかには施工中に生じた圧密沈下  $S_d$  も含まれている。 $S_d$  は上式で  $t = \tau_c$  として与えられ、

$$S_d = \sum_{k=1}^N \Delta_k v_t(y_k) \cdot U(\tau_c - \tau_{k-1}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。実際施工では、設計盛土高を確保するために、上式の  $S_d$  に相当する土量は施工中に逐次補われると考えればよい。したがって、盛土完了時を基準とした、いわゆる施工後の圧密沈下  $S_a$  は、 $S_t$  と  $S_d$  の差で与えられ、

$$S_a = \sum_{k=1}^N \Delta_k v_t(y_k) \cdot \{ U(t - \tau_{k-1}) - U(\tau_c - \tau_{k-1}) \} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$t > \tau_c$$

となる。式(4)で  $t \rightarrow \infty$  とすると、

$$S_\infty = \sum_{k=1}^N \Delta_k v_t(y_k) \quad \dots\dots\dots (7)$$

であり、これは盛土開始からの圧密沈下の総量を表す。また、式(6)で  $t \rightarrow \infty$  としたものは  $S_\infty$  のうち施工後に生ずる分であり、いわゆる余盛量に対応する。

ここまでの表示では、式中に現れる鉛直変位の増分値  $\Delta_i v_t(y_j)$  は任意のものと考えてよい。すなわち、何らかの手法で盛土内の鉛直変位の分布が求められれば、その解を用いて圧密沈下計算ができるようになっている。したがって、堤体の断面形状や地形条件を取入れた有限要素解析(有効応力に基づいた応力・変形解析)の結果を用いれば、より現実にもっとした圧密沈下を追跡できることになる。

### 2. 3 積分による解析的表示

式(4)~(7)の具体的な形をみるために、盛土層の沈下を土ブリズムの圧縮で表現し、式中の総和を積分に置換えて解析的表示を導いてみる。分割した盛土の1層当りの盛土高を  $\Delta h$  とすると、 $i$  層の盛土が行われたときのレベル  $y_i (= h)$  における鉛直変位の増分  $\Delta_i v_t(y_i)$  は、応力分布を一樣と仮定したとき、

$$\Delta_i v_t(y_i) = \frac{\gamma \Delta h}{E} h \quad \dots\dots\dots (8)$$

で表される。ここで、 $E$  は圧密試験で得られる変形係数である。式(8)を式(7)に代入し( $i=k$ として)、 $h$  に関して  $0 \sim H$  まで積分すると、

$$S_\infty = \int_0^H \frac{\gamma \Delta h}{E} h = \frac{\gamma H^2}{2E} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり、これは土ブリズムの自重による沈下として求められる値に等しい。

次に、式(8)を式(5)に代入すると、積分表示には盛土高に関する変数  $h$  と時間に関する変数  $\tau$  の2つの変数が含まれることになるが、これらは盛土速さ  $a$  を一定値として  $a = h/\tau = \Delta h/\Delta \tau$  とすることにより、1つの変数にまとめることができる。すなわち、時間  $\tau$  を積分変数とすると、式(8)で  $\Delta h \cdot h \rightarrow a^2 \Delta \tau \cdot \tau$  となり、

$$S_d = \int_0^{\tau_c} \frac{\gamma a^2}{E} \tau \cdot U(\tau_c - \tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。上式に式(1)を代入して積分すると、 $\int x e^{bx} dx = (bx - 1)e^{bx}/b^2$  を考え、更に  $\beta \tau_c = aT$ 、 $H = a\tau_c$  として、

$$S_d = \frac{\gamma a^2}{E} \int_0^{\tau_c} \tau \left\{ 1 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha^n} e^{-\beta(\tau_c - \tau)} \right\} d\tau$$

$$= \frac{\gamma H^2}{2E} \left\{ 1 - \frac{4}{\tau_c^2} \sum \frac{1}{\alpha \beta^2} [\beta \tau_c - 1 + e^{-\beta \tau_c}] \right\}$$

となり、 $\tau_c$  に相当する時間係数を  $T_c$  と置いて書き改めると、

$$S_d = \frac{\gamma H^2}{2E} \left\{ 1 - \frac{4}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} [\alpha T_c - 1 + e^{-\alpha T_c}] \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

が得られる。同様にして、式(4)の積分は

$$S_t = \int_0^{\tau_c} \frac{\gamma a^2}{E} \tau \cdot U(t - \tau) d\tau$$

となるが、これは式(10)で  $\tau_c \rightarrow t$  としたものに等しいから、 $S_d$  の積分を参考にして、

$$S_t = \frac{\gamma H^2}{2E} \left\{ 1 - \frac{4}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} \left[ (\alpha T_c - 1) e^{-\alpha(T - T_c)} + e^{-\alpha T} \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。したがって、施工後の圧密沈下  $S_a$  は

$$S_a = S_t - S_d$$

$$= \frac{\gamma H^2}{2E} \cdot \frac{4}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} \left\{ [\alpha T_c - 1 + e^{-\alpha T_c}] - [(\alpha T_c - 1) e^{-\alpha(T - T_c)} + e^{-\alpha T}] \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

で与えられる。上式で  $T \rightarrow \infty$  とすると  $\{ \}$  内の第2項が消え、施工後に生ずる圧密沈下量(余盛量)  $S_e$  として

$$S_e = \frac{\gamma H^2}{2E} \cdot \frac{4}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} [\alpha T_c - 1 + e^{-\alpha T_c}] \quad \dots\dots\dots (14)$$

が得られる。式(9)、(11)および(14)から、明らかに次の関係が成り立つ。

$$S_\infty = \frac{\gamma H^2}{2E} = S_d + S_e \quad \dots\dots\dots (15)$$

以上の結果に基づいて、盛土の圧密沈下の特性を数値的に調べてみる。このためには、式(11)~(14)の各沈下量を全沈下量  $S_\infty$  との比、すなわち圧密度  $U(T)$  として表示した方が比較に便である。まず、式(11)の  $S_d$  について考えると、対応する圧密度は

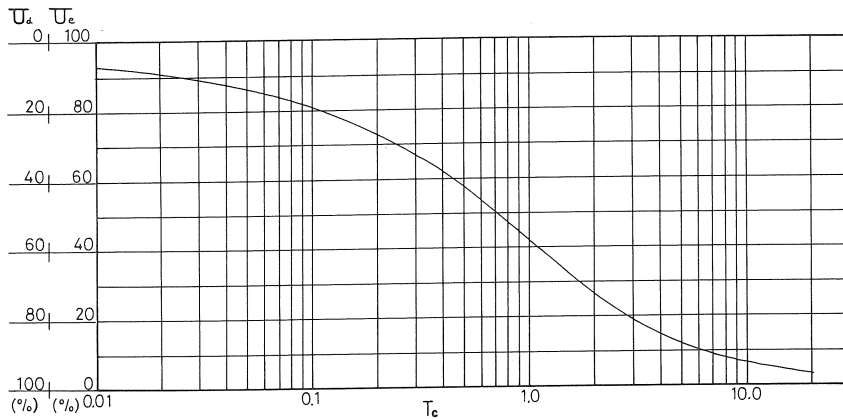


図-2 施工中と施工後の圧密度

$$U_a(T_c) = \frac{S_d}{S_\infty} = 1 - \frac{4}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} [\alpha T_c - 1 + e^{-\alpha T_c}] \dots\dots\dots(16)$$

となる。上式は、 $S_\infty$ のうち施工中に生じる圧密沈下の割合が、盛土の圧密特性（圧密係数、排水路長および施工速度に相当する盛土期間  $\tau_c$ ）といかなる関係にあるかを表している。図-2には上式を第5項までとって計算した結果を示したが、ここで、 $1 - U_a(T_c)$ が式(14)の  $S_e$ に対応する圧密度  $U_e(T_c)$ を与えることは明らかである。次に、式(13)の  $S_a$ については { } 中を変形して圧密度  $U_a(T)$  が

$$U_a(T) = \frac{S_a}{S_\infty} = \frac{4}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} [\alpha T_c - 1 + e^{-\alpha T_c}] \times [1 - e^{-\alpha(T-T_c)}] \dots\dots\dots(17)$$

と書ける。 $T = T_c$ で  $U_a(T) = 0$ 、 $T \rightarrow \infty$ で  $U_a(T) \rightarrow U_e(T_c)$  になるので、上式は形式的には

$$U_a(T) \sim U_e(T_c) [1 - e^{-A(T-T_c)}] \dots\dots\dots(18)$$

の形をなしているが、厳密には  $A$  の値は  $T_c$  の値によ

て異なる。そこで盛土完了時を基準とした施工後の圧密沈下だけに着目し、 $U_a(T)$ と  $U_e(T_c)$ の比を新たな圧密度  $U'_a(T')$

$$U'_a(T') = \frac{U_a(T)}{U_e(T_c)} \quad T' = T - T_c \quad \dots\dots\dots(19)$$

と定義して  $U \sim T$  関係を描いてみると図-3のようになる。 $T_c$ の値によって圧密曲線は異なるが、その差は考え得る  $T_c$ の範囲（全沈下に対する施工後沈下の割合： $U_e(T_c)$ は経験的には10~40%とされているので<sup>5)</sup>、図-2より  $T_c = 1 \sim 6$ 程度）に対して極めて小さいと言える。図にはTerzaghiの一定荷重に対する  $U \sim T$  関係も示したが、これと比較すると、施工後の圧密沈下は初期には遅いが、長時間経過するとTerzaghi解に一致する傾向が見られる。なお、図には示していないが、式(18)において  $A = 2.5$ とした場合の曲線は、図の  $T_c = 1, 5$ などの曲線とはほぼ一致し、その差は  $T'$ の全範囲において高々2%程度である。したがって、式(19)の  $U'_a(T')$ は近似的に

$$U'_a(T') \approx 1 - e^{-2.5T'} \quad \dots\dots\dots(20)$$

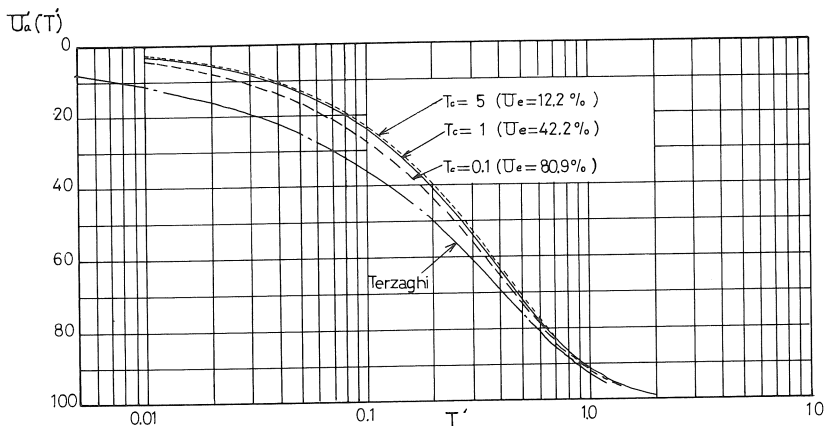


図-3 盛土完了時を基準とした施工後の圧密度

と表される。

2. 4 クロスアーム測定値との対応

フィルダムの施工においては、築堤中にクロスアーム沈下計を設置して堤体内の沈下の動向を調べ、施工管理の資料とすることが多い。前節に示した解は、主として盛土層全体の沈下量を対象としているので、現場で得られる測定値の解析比較にそのまま利用することはできない。そこで、以下では堤体内の沈下量の分布を含めて、クロスアーム測定値との対応を考えた解を示すことにする。

いま、レベル  $y_j$  にクロスアームを設置したのち、盛土高が  $y_i = h (i > j)$  に至った時点  $\tau_{i-1} < t < \tau_i$  を考える (図-1)。クロスアーム測定値は、設置位置より上の盛土荷重による下部層の圧密沈下と、下部層自体の自重による圧密沈下を累加したものである。前者はレベル  $y_j$  より上の盛土による  $y_j$  点の鉛直変位の増分  $\Delta_k v_r(y_j)$  を、盛土の時間差を考慮して加え合わせたものになる。また後者は、 $y_j$  までの盛土の圧密沈下 (式(3)で  $i=j$  としたときの  $S_i$ ) のうち、 $t > \tau_j = j\Delta\tau$  以降に生ずる分となる。したがって、クロスアーム読みを  $C_j(t)$  と書くと、その一般表示は

$$C_j(t) = \sum_{k=j+1}^i \Delta_k v_r(y_j) \cdot U(t - \tau_{k-1}) + \sum_{k=1}^j \Delta_k v_r(y_k) \{ U(t - \tau_{k-1}) - U(\tau_j - \tau_{k-1}) \} \quad \dots\dots(21)$$

で表される。前節と同様に土ブリズムを考えると、図-4のように  $k$  層目 ( $k > j$ ) の盛土によるレベル  $y_j$  の鉛直変位増分は

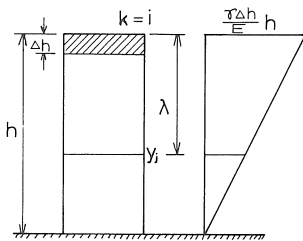


図-4 クロスアーム沈下

$$\Delta_k v_r(y_j) = \frac{\gamma \Delta h}{E} y_j$$

となる。また、 $y_j \rightarrow h$  とすれば  $\Delta_k v_r(y_k)$  を与える。  $\Delta h = a\Delta\tau$ 、 $y_j = a\tau_j$  ( $a$ : 盛土速さ) であるから  $\Delta h \cdot y_j = a^2 \Delta\tau \cdot \tau_j$  などとなり、 $i$  層盛土終了時の  $t = \tau_i$  について沈下量を求めるとして式(21)を積分表示すると、

$$C_j(\tau_i) = \int_{\tau_i}^{\tau_i} \frac{\gamma a^2}{E} \tau_j U(\tau_i - \tau) d\tau + \int_0^{\tau_i} \frac{\gamma a^2}{E} \tau \{ U(\tau_i - \tau) - U(\tau_j - \tau) \} d\tau$$

$$= \frac{\gamma a^2}{E} \tau_j \{ (\tau_i - \tau_j) - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha \beta^n} [1 - e^{-\beta(\tau_i - \tau_j)}] \} + \frac{\gamma a^2}{E} \cdot 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha \beta^{2n}} [(\beta \tau_j - 1) e^{\beta \tau_j} + 1] \times (e^{-\beta \tau_i} - e^{-\beta \tau_j})$$

ここで、 $a\tau_i = h$ 、 $a\tau_j = y_j = h - \lambda$  (図-4)、 $\beta\tau = \alpha T$  と置き換えると、

$$C_j(T_i) = \frac{\gamma h^2}{E} \left(1 - \frac{\lambda}{h}\right) \times \left\{ \frac{\lambda}{h} - \frac{2}{T_i} \sum \frac{1}{\alpha^2} [1 - e^{-\frac{\alpha \lambda}{h} T_i}] \right\} + \frac{\gamma h^2}{E} \cdot \frac{2}{T_i^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} [(\alpha T_j - 1) e^{\alpha T_j} + 1] \times (e^{-\alpha T_i} - e^{-\alpha T_j}) \quad \dots\dots(22)$$

さらに、 $T_i \rightarrow T$ 、 $C_j(T_i) \rightarrow C_d(\lambda, T)$  と書き改めると、

$$C_d(\lambda, T) = \frac{\gamma h^2}{E} \left(1 - \frac{\lambda}{h}\right) \times \left\{ \frac{\lambda}{h} - \frac{2}{T} \sum \frac{1}{\alpha^2} [1 - e^{-\frac{\alpha \lambda}{h} T}] \right\} + \frac{\gamma h^2}{E} \cdot \frac{2}{T^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} \left\{ \alpha \left(1 - \frac{\lambda}{h}\right) T - 1 \right\} \times e^{\alpha \left(1 - \frac{\lambda}{h}\right) T} + 1 \left( e^{-\alpha \left(1 - \frac{\lambda}{h}\right) T} - e^{-\alpha T} \right)$$

となる。上式が一樣速度の盛土における施工中の任意時点 (時間係数  $T$ 、盛土標高  $h$ ) でのクロスアーム沈下量の分布である。分布形は、 $\lambda = 0$  および  $h$  で  $T$  の値にかかわらず  $C_d = 0$  の放物線の形状となる。また、上式で  $h = H$ 、 $T = T_c$  としたものは盛土完了時の沈下量分布を与えるが、ロックフィルのように圧密が100%進行しながら盛立てられる盛土では  $T_c \rightarrow \infty$  としてよく、このとき

$$C_d(\lambda) = \frac{\gamma H^2}{E} \left(1 - \frac{\lambda}{H}\right) \frac{\lambda}{H} \quad \dots\dots(23)$$

となる。これは、 $\lambda = H/2$  で  $\gamma H^2/4E$  を頂点とする放物線分布である。

次に、施工後のクロスアーム沈下量を考える。式(21)で  $i \rightarrow N$  としたものが、施工後の任意時刻  $t$  における  $y_j$  点のクロスアーム読みである。これを積分表示すると

$$C_j(t) = \int_{\tau_i}^{\tau_i} \frac{\gamma a^2}{E} \tau_j U(t - \tau) d\tau + \int_0^{\tau_i} \frac{\gamma a^2}{E} \tau \{ U(t - \tau) - U(\tau_j - \tau) \} d\tau$$

となり、前と同様に積分を実行すると

$$C_j(T) = \frac{\gamma H^2}{E} \left(1 - \frac{\lambda}{H}\right) \times \left\{ \frac{\lambda}{H} - \frac{2}{T_c} \sum \frac{1}{\alpha^2} [e^{-\alpha(T - T_c)} - e^{-\alpha(T - T_i)}] \right\} + \frac{\gamma H^2}{E} \cdot \frac{2}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} [(\alpha T_j - 1) e^{\alpha T_j} + 1] \times (e^{-\alpha T_i} - e^{-\alpha T}) \quad \dots\dots(24)$$

となる。ただし、このなかには施工中に生じる圧密沈下が含まれており、その値は式(22)で  $h \rightarrow H$ ,  $T_i \rightarrow T_c$  として求められる。したがって、盛土完了時を基準とした施工後のクロスアーム沈下量は式(24)と式(22)の差で与えられ、これを  $C_a(\lambda, T)$  とすると、

$$C_a(\lambda, T) = \frac{\gamma H^2}{E} \left(1 - \frac{\lambda}{H}\right) \times \frac{2}{T_c} \sum \frac{1}{\alpha^2} \left[ 1 - e^{-\frac{\alpha \lambda}{H} T_c} - e^{-\alpha(T-T_c)} + e^{-\alpha(T-T_i)} \right] + \frac{\gamma H^2}{E} \cdot \frac{2}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} \times \left[ (\alpha T_i - 1) e^{\alpha T_i} + 1 \right] (e^{-\alpha T_c} - e^{-\alpha T}) \dots\dots\dots(25)$$

さらに  $T_i/T_c = 1 - \lambda/H$  より  $T_i$  を消去して

$$C_a(\lambda, T) = \frac{\gamma H^2}{E} \left(1 - \frac{\lambda}{H}\right) \frac{2}{T_c} \sum \frac{1}{\alpha^2} \times \left[ 1 - e^{-\frac{\alpha \lambda}{H} T_c} - e^{-\alpha T} \left\{ e^{\alpha T_c} - e^{\alpha(1-\frac{\lambda}{H}) T_c} \right\} \right] + \frac{\gamma H^2}{E} \cdot \frac{2}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} \left[ \left\{ \alpha \left(1 - \frac{\lambda}{H}\right) T_c - 1 \right\} \times e^{\alpha(1-\frac{\lambda}{H}) T_c} + 1 \right] (e^{-\alpha T_c} - e^{-\alpha T}) \dots\dots\dots(25)$$

となる。

式(25)で  $T = T_c$  とおけば、 $\lambda$  によらず  $C_a(\lambda, T_c) = 0$  であることは明らかである。また、 $T \rightarrow \infty$  とおいた圧密終了時点では

$$C_a(\lambda, \infty) = \frac{\gamma H^2}{E} \left(1 - \frac{\lambda}{H}\right) \frac{2}{T_c} \sum \frac{1}{\alpha^2} (1 - e^{-\frac{\alpha \lambda}{H} T_c}) + \frac{\gamma H^2}{E} \cdot \frac{2}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} \left[ \left\{ \alpha \left(1 - \frac{\lambda}{H}\right) T_c - 1 \right\} \times e^{\alpha(1-\frac{\lambda}{H}) T_c} + 1 \right] e^{-\alpha T_c} \dots\dots\dots(26)$$

となるが、堤頂 ( $\lambda = 0$ ) については第1項が0になり

$$C_a(0, \infty) = \frac{\gamma H^2}{E} \cdot \frac{2}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} \left\{ (\alpha T_c - 1) \times e^{\alpha T_c} + 1 \right\} e^{-\alpha T_c} = \frac{\gamma H^2}{2E} \cdot \frac{4}{T_c^2} \sum \frac{1}{\alpha^3} \left[ \alpha T_c - 1 + e^{-\alpha T_c} \right]$$

となって、これは式(14)の余盛量  $S_e$  と一致する。

### 3. 間隙圧の解析的表示

#### 3. 1 一般表示

前章と同様に盛土をNケの水平層に分けて考える。いま、k層目の盛土が行われたときのj層内の全応力の増分を  $\Delta_k \sigma_j$  とおき ( $j < k$ )、これによってj層内に発生する間隙圧の増分を  $\Delta_k u_j$  とすると、

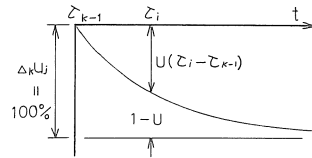


図-5 一次元圧密

$$\Delta_k u_j = \bar{B} \cdot \Delta_k \sigma_j \dots\dots\dots(27)$$

ここで、 $\bar{B}$  は間隙圧係数である。この間隙圧増分は  $t = \tau_{k-1}$  で発生し、以後時間の経過とともに消散する。したがって、 $t > \tau_{k-1}$  で残留している分は、 $\Delta_k u_j \{1 - U(t - \tau_{k-1})\}$  である(図-5)。以上のことから、施工中の任意時点 ( $i$  層盛土時:  $t = \tau_i$ ) における  $j$  層内の残留間隙圧  $u_j(\tau_i)$  は、 $j \sim i$  層の盛土による残留間隙圧の増分を、時間をずらして加え合わせたものに等しく、

$$u_j(\tau_i) = \sum_{k=j}^i \bar{B} \cdot \Delta_k \sigma_j \{1 - U(\tau_i - \tau_{k-1})\} \dots\dots(28)$$

となる。盛土完了時は、上式で  $i \rightarrow N$ ,  $\tau_i \rightarrow \tau_c$  として、

$$u_j(\tau_c) = \sum_{k=j}^N \bar{B} \cdot \Delta_k \sigma_j \{1 - U(\tau_c - \tau_{k-1})\} \dots\dots(29)$$

さらに、施工後の任意時刻  $t$  では、上式で  $\tau_c \rightarrow t$  として、

$$u_j(t) = \sum_{k=j}^N \bar{B} \cdot \Delta_k \sigma_j \{1 - U(t - \tau_{k-1})\} \dots\dots(30)$$

となる。以上の式中の  $\bar{B}$  は、一般には図-6のように全応力  $\sigma$  の関数  $\bar{B}(\sigma)$  で表される。また、 $\Delta_k \sigma_j$  は、この段階では任意のものと考えてよく、有限要素解析等の結果を用いれば、より実際に近い条件を取入れた間隙圧解析が可能である。

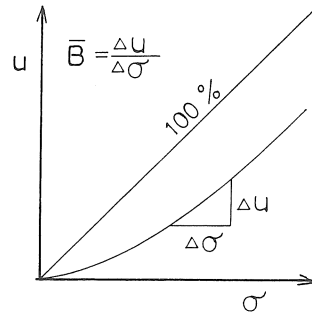


図-6  $\bar{B}$  値

#### 3. 2 解析的表示

前節で、 $\bar{B}$  値を  $\sigma$  にかかわらず一定と仮定し、盛土を土プリズムとみなして各盛土層による荷重増分  $\gamma \Delta h$  が一様に伝達されるとすると、式(28)で  $\Delta_k \sigma_j = \gamma \Delta h = \gamma \alpha \Delta \tau$  となり、

$$u_j(\tau_i) = \bar{B} \gamma \alpha \int_{\tau_j}^{\tau_i} \{1 - U(\tau_i - \tau)\} d\tau = 2 \bar{B} \gamma \alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha \beta^n} \left[ 1 - e^{-\beta(\tau_i - \tau_i)} \right]$$

さらに、 $a\tau_i = h$ ,  $\tau_i/\tau_c = 1 - \lambda/h$ ,  $\beta\tau = \alpha T$  などを用いて  $\tau_i$  を時間係数  $T_i$  で表示し、 $T_i \rightarrow T$ ,  $u_i(T_i) \rightarrow u_a(\lambda, T)$  と書き改めると、

$$u_a(\lambda, T) = 2 \bar{B}\gamma h \frac{1}{T} \sum \frac{1}{\alpha^2} \left[ 1 - e^{-\frac{\alpha\lambda}{h} T} \right] \quad \dots\dots(31)$$

が得られる。これが施工中の任意時点での間隙圧分布である。上式で  $h=H$ ,  $T=T_c$  とおけば盛土完了時の間隙圧分布が求まる。

施工後についても同様にして式(30)を積分すると、

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \bar{B}\gamma a \int_{\tau_i}^{\tau_c} \{ 1 - U(t-\tau) \} d\tau \\ &= 2 \bar{B}\gamma a \sum \frac{1}{\alpha\beta} \{ e^{-\beta t} [ e^{\beta\tau_c} - e^{\beta\tau_i} ] \} \end{aligned}$$

となり、先と同様に時間係数で表示してから、 $T_i/T_c = 1 - \lambda/H$  より  $T_i$  を消去して  $u_i(T) \rightarrow u_a(\lambda, T)$  と書き改めると

$$u_a(\lambda, T) = 2 \bar{B}\gamma H \frac{1}{T_c} \sum \frac{1}{\alpha^2} e^{-\alpha T} [ e^{\alpha T_c} - e^{\alpha(1-\frac{\lambda}{H})T_c} ] \quad \dots\dots(32)$$

が得られる。

4. 解の吟味

4. 1 漸増荷重に対する圧密解との比較

まず、本論で述べたような積分による解析的表示の妥当性を調べるために、飽和地盤に漸増荷重が載せられる場合について従来から提案されている解との比較を行ってみる。図-7のように、漸増荷重を単位体積重量  $\gamma$  の

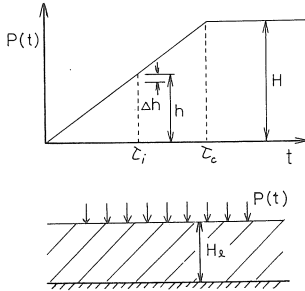


図-7 漸増荷重による地盤の圧密

盛土載荷と考え、その最終高を  $H$  とする。盛土を微小厚  $\Delta h$  の土層に分け、 $k$  層目の盛土による地盤(厚さ  $H_k$ )の圧密沈下量の増分を  $\Delta_k v_t$  とおく。施工中の任意時点  $\tau_i$  までの盛土による地盤の圧密沈下  $S$  は、個々の盛土層による沈下を時間をずらして加算したものに等しいから、

$$S(\tau_i) = \sum_{k=1}^i \Delta_k v_t \cdot U(\tau_i - \tau_{k-1}) \quad \dots\dots(33)$$

盛土荷重が低減なく地盤に伝達されると考えると、

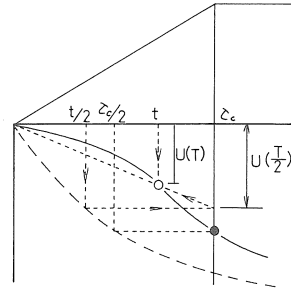


図-8 図解法

$$\Delta_k v_t = \frac{\gamma \Delta h}{E} H_k = \frac{\gamma a \Delta \tau}{E} H_k$$

となるから、これを上式に代入して積分表示すると、

$$\begin{aligned} S(\tau_i) &= \frac{\gamma a H_k}{E} \int_0^{\tau_i} U(\tau_i - \tau) d\tau \\ &= \frac{\gamma H H_k}{E} \left\{ \frac{\tau_i}{\tau_c} - \frac{2}{\tau_c} \sum \frac{1}{\alpha\beta} (1 - e^{-\beta\tau_i}) \right\} \end{aligned}$$

ここで、 $S_t = \gamma H H_k / E$  は厚さ  $H$  の盛土荷重による地盤の最終沈下量であるから、上式  $\{ \}$  内は  $U(\tau_i) = S/S_t$  で定義した地盤の圧密度を表す。 $\tau_i \rightarrow t$  と書き改め、さらに  $t$  を時間係数  $T$  で表すと、

$$U(T) = \frac{T}{T_c} \left\{ 1 - \frac{2}{T} \sum \frac{1}{\alpha^2} (1 - e^{-\alpha T}) \right\} \quad \dots\dots(34)$$

となり、これは圧密方程式を直接解いた解<sup>6)</sup>と一致する。なお、図解法では図-8のように、 $U(T)/U(T/2) = t/\tau_c = T/T_c$  であるから、これを式で表すと

$$U(T) = \frac{T}{T_c} \left\{ 1 - 2 \sum \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{\alpha T}{2}} \right\} \quad \dots\dots(35)$$

となる。

$t > \tau_c$  の範囲の積分表示は、式(33)で積分範囲  $\tau_i \rightarrow \tau_c$ 、また  $U(\tau_i - \tau)$  の  $\tau_i \rightarrow t$  として

$$S = \frac{\gamma a H_k}{E} \int_0^{\tau_c} U(t - \tau) d\tau$$

と表されるので、積分を実行して整理すると、

$$U(T) = 1 - \frac{2}{T_c} \sum \frac{1}{\alpha^2} e^{-\alpha T} (e^{\alpha T_c} - 1) \quad \dots\dots(36)$$

となる。一方、図解法では  $t > \tau_c/2$  以降の破線の圧密曲線を  $\tau_c/2$  だけずらしたものが  $t = \tau_c$  以降の圧密曲線になると考えるから、 $t > \tau_c$  の範囲では元の圧密曲線  $U(\hat{T})$  において  $T \rightarrow T - T_c/2$  とすればよく、

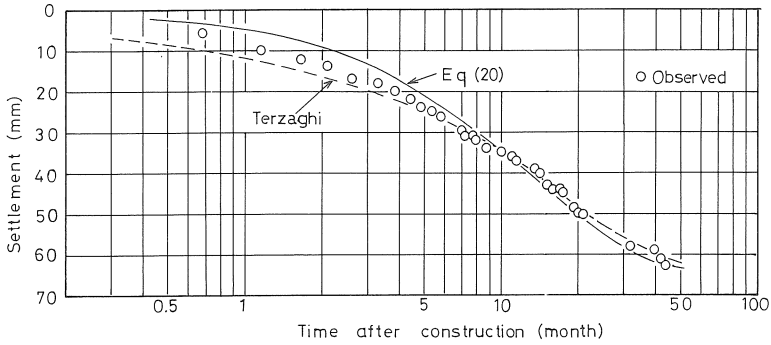
$$U(T) = 1 - 2 \sum \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha T} e^{\frac{\alpha T_c}{2}} \quad \dots\dots(37)$$

である。図には示していないが、本論の積分表示：式(34)、(36)と図解法：式(35)、(37)は、現実的な  $T_c$  の値に対してほとんど差がないことが確かめられている。

4. 2 実測値との比較

(1) 圧密沈下

図-9 は都田川ダム(静岡県, 中心コア型ロックフィ



図一 九 施工後沈下 (都田川ダム)

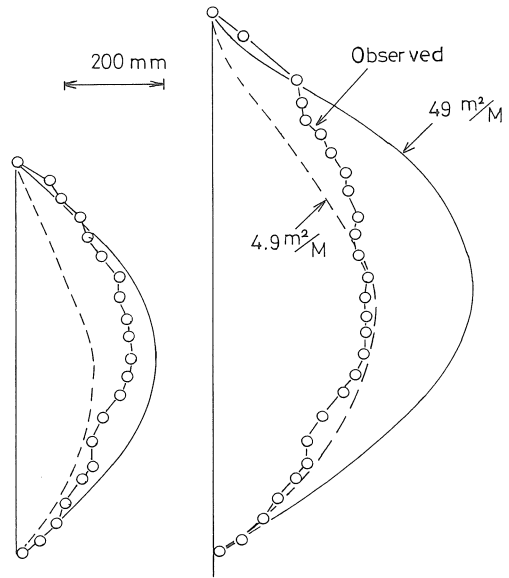
ルダム、堤高55m)における施工後の堤頂沈下の経緯を片対数で表示したものであり、横軸は盛土完了後の経過時間、縦軸は沈下量を表す。実測値の変化傾向から施工後の圧密沈下の最終値  $S_e$  を推定すると約65mmである。図中の実線および破線は、 $S_e=65\text{mm}$  とした場合の実測値に最も近似する  $U \sim T$  関係曲線を描いたものであり、実線は式(20)によるもの、破線は Terzaghi の定荷重に対する解：式(1)である。実測値は両曲線のほぼ中間的な値をとりながら経緯している。この曲線近似により50%圧密に相当する時間を読み取り、排水路長を  $h_c = 7\text{m}$  (コア幅の平均値の1/2)として  $c_h$  を逆算すると、 $c_h \approx 1.5\text{m}^2/\text{月}$  が得られる。

一方、盛土完了時までの各アーム間の圧縮量の総和により施工中に生じた圧密沈下量  $S_d$  を求めると約122cmとなる。したがって、単純に考えれば、盛土の全沈下量  $S_\infty = S_d + S_e = 128.5\text{cm}$  であり、施工中の圧密度は  $U_d \approx 95\%$ 、施工後の圧密度は  $U_e \approx 5\%$  ということになる。この値を図一2に適用すると、 $U_d \approx 95\%$  に相当する  $T_c$  は約13である。本ダムでは盛土期間  $\tau_c$  が約13ヶ月であるので、先の  $h_c = 7\text{m}$  と合わせて  $c_h$  を逆算すると、 $c_h = 49\text{m}^2/\text{月}$  となり、前に求めた値の約30倍である。計算と実際の条件の相違を考えると、この程度の差異も決して考えられない値ではないが、この築堤材料の不かく乱試料に対する圧密試験の結果では  $c_v = 9 \sim 16\text{m}^2/\text{月}$  が得られていることを考えると、現場の  $c_h$  値は後者の値に近いものと予想される。

図一10は施工中および盛土完了時のクロスアーム読みをプロットしたものである。図中の実線および破線は、 $c_h = 49\text{m}^2/\text{月}$  および1オーダー小さい  $c_h = 4.9\text{m}^2/\text{月}$  を用いて式(22)より計算した沈下量分布である。実測値は両曲線のほぼ中間の値をとるが、比較する時期によって対応関係が若干異なるようである。

(2) 間隙圧

図一11 a) は東郷ダム (愛知県、均一アースダム、堤



図一10 施工中のクロスアーム沈下 (都田川ダム)

高30m)の堤体内の1点 (P-13, b) 図) について計算値と実測値を比較したものである。本ダムでは築堤中に約半年間の盛土休止期があるため、計算に際しては図の  $t=10$  ヶ月目を境いとして盛土を前半と後半に分け、それぞれに対する解を求めて重ね合わせる方法をとっている。図によると、計算値は盛土休止の影響を受けてかなり減少するが、実測値にはその影響があまり反映されていない。しかし、後半の間隙圧の値やその変動傾向は両者で良く対応することがうかがわれる。b) 図は盛土完了時の堤体内の間隙圧分布を比較したものである。図によると、盛土を土プリズムで表現したことが反映されて計算値の等圧力線は堤体形状と相似形になり、また圧力の中心は堤頂直下に現われることが分かる。これに対し、実測値は圧力の中心がやや上流側に現われており、圧縮のみならずせん断による間隙圧発生傾向がうかがわれている。しかし、概括的には本計算は実測値を良く説明



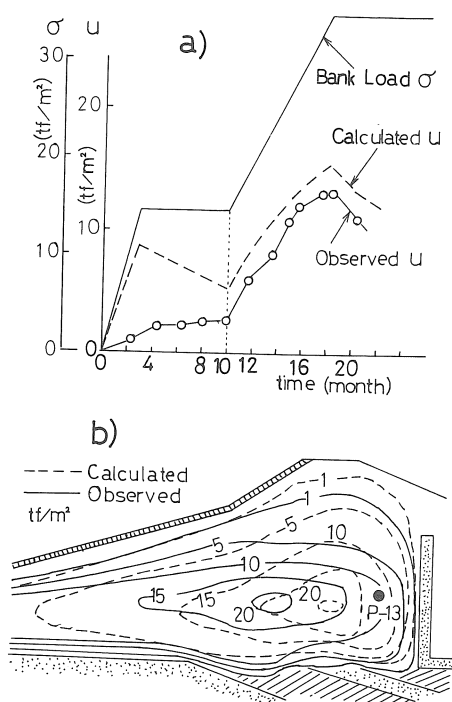


図-11 間隙圧 (東郷ダム)

していると言えよう。

5. あとがき

以上、盛土の圧密沈下や間隙圧に関する解析的表示を

導き、その有用性について一、二検討してみた。本論の計算条件は現実の問題と比較してみると、かなり単純化し過ぎているかも知れないが、諸定数に適切な値をとれば実際の挙動を良く説明する解が得られる可能性は確かめられたと思われる。適切な値をいかに定めるかは、いろいろなケースについて実測値と比較しながら今後煮詰めていきたいと考えている。

参考文献

- 1) Cavounidis, S. and Höeg, K. : Consolidation During Construction of Earth Dams, Proc. of ASCE, Vol.103, GT10, pp.1055—1068, 1977.
- 2) Duncan, J. M.・小澤良夫 : アースダム建設中および満水位の間隙圧の挙動について, 第14回土質工学研究発表会, pp.225—228, 1979.
- 3) Eisenstein, Z. and Law. S. T. C. : Analysis of Consolidation Behavior of Mica Dam, Proc. of ASCE. Vol.103, GT8, pp.879—895, 1977.
- 4) Narita, K., Okumura, T., Murata, N. and Ohne, Y. : A Simplified Method of Estimating Construction Pore Pressures in Earth Dams, Soils and Foundations, Vol.23, No.4, pp.43-55, 1983.
- 5) 山口柏樹・大根義男 : フィルダムの設計及び施工, 技報堂, 東京, 1975.
- 6) 山口柏樹 : 土質力学(全改訂), 技報堂, 東京, pp.123-124, 1984.

(受理 昭和61年 1月25日)