

# 常時微動の測定結果より求めた地盤内のひずみ分布

谷口仁士・飯田汲事

## The Strain Obtained from the Observation of Microtremors in Sub-surface Layer

Hitoshi TANIGUCHI and Kumizi IIDA

The investigation of strain is presented by means of the observation of microtremors in the sub-surface layer and theoretical calculation by S-wave Multi-Reflection Method together with Lumped Mass Method for Love and Rayleigh waves.

The results of the investigation are summarized as follows :

- (1) The strain value varies rapidly at the depth of 10 m below the surface of the ground, where the S-wave velocity decreases rapidly with comparison of the upper region above the depth of 10 m.
- (2) The shear strain, especially, due to the horizontal component of Love and Rayleigh waves becomes large at the 10 m depth, and the tension strain due to vertical component of Rayleigh wave gradually takes a comparatively large value from the depth of 10 m to the ground surface.
- (3) In comparison with the observed and calculated values for strain distribution in depth direction, the observed strain of two horizontal components corresponds to the theoretical results of Love and Rayleigh waves. The observed strain of vertical component, however, is not so good corresponding to the value calculated from Rayleigh wave.

### 1. 序

地震時において地盤内に生ずる応力、ひずみの大きさを把握することは砂地盤の液状化等の地盤破壊を検討する上で極めて重要である。このことに関して、いくつかの解析の試みがなされてきた。これらを大別すれば、地盤を多質点系に置換したモーダル・アナリシス法、地盤を連続体として取扱った波動論的方法の二つである。

ところで、これらの従来の試みはいずれも地震波として、せん断波が鉛直下方より入射するという仮定のもとに、ひずみを求めたものである。これらはいわゆる工學上利便の多い金井のS波重複反射理論<sup>1)</sup>やHerrera and Rosenbluth<sup>2)</sup>の方法である。

しかし、強震記録が蓄積されるにおよび、強震時の波動伝播特性は、Love波、Rayleigh波のような表面波によるものも多いとされてきた。このような状況を考えると耐震工學上S波重複反射理論での検討だけでは不十分と考えられる。土木構造物の巨大化傾向を考えると、強震時に存在するLove波、Rayleigh波などの表面波に対する耐震工學的吟味は重要な課題と思われる。

以上の観点よりS波重複反射、Love波、Rayleigh波の波動を考え、それらが伝播するときに生ずる地盤内の

ひずみ状態を明らかにした。またそれらの理論解析値と地盤内常時微動の観測結果を比較検討した。

### 2. 理論解析

#### (1) S波重複反射

いま図1に示す座標系を考え、 $X_3$ 方向の変位 $u_3$ がS波重複反射によって生ずるものとする。地盤の地層構成は地表面に水平な $n$ 個の層で構成されているものとする。このときS波重複反射による運動方程式を考えると、

$$\frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2} = \frac{G_j}{\rho_j} \cdot \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial x_2^2} \quad (1.1)$$

ここに  $G_j$  :  $j$ 層の剛性率

$\rho_j$  :  $j$ 層の密度

$t$  : 時間

$u_{3j}$  :  $j$ 層での $X_3$ 軸方向の変位

(1.1)式の素解は

$$u_{3j} = B_j e^{i\omega t} \quad (1.2)$$

(1.2)式を(1.1)式に代入して

$$G_j \cdot \frac{\partial^2 B_j}{\partial x_2^2} + \rho_j \cdot \omega^2 \cdot B_j = 0 \quad (1.3)$$

$V_{sj} = \sqrt{\frac{G_j}{\rho_j}}$  より(1.3)式は

$$\frac{\partial^2 B_j}{\partial x_2^2} + \frac{\omega^2}{V_{sj}^2} \cdot B_j = 0 \tag{1.4}$$

となる。(1.4)式を解いて

$$B_j = a_j \cos k_j \cdot x_2 + b_j \sin k_j \cdot x_2 \tag{1.5}$$

ここで  $k_j = \frac{\omega}{V_{sj}}$ ,  $a_j, b_j$  は  $j$  層における定数である。

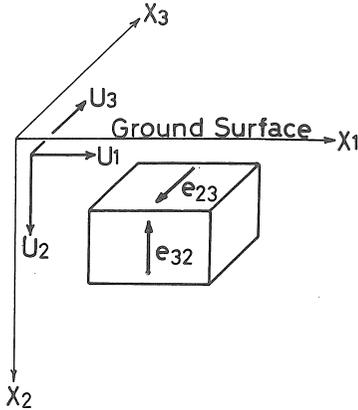


図1 S波重複反射によって生じるひずみ成分

次に、地表面でのせん断応力はゼロ、各層の境界面でのせん断応力、変位は連続するという2つの境界条件を入れ  $a_j, b_j$  を求めると、

$$\begin{Bmatrix} a_j \\ b_j \end{Bmatrix} = T_{j-1} \begin{Bmatrix} a_{j-1} \\ b_{j-1} \end{Bmatrix}$$

となる。ここに  $T_{j-1}$  は

$$T_{j-1} = \begin{bmatrix} \cos \lambda_{j-1} & \sin \lambda_{j-1} \\ -\gamma_{j-1} \cdot \sin \lambda_{j-1} & \gamma_{j-1} \cdot \cos \lambda_{j-1} \end{bmatrix}$$

となる Stiffness Matrix である。ただし

$$\lambda_{j-1} = k_{j-1} \cdot h_{j-1}$$

$h_{j-1}$  ;  $j-1$  層の層厚

$\gamma_{j-1}$  ;  $j$  層と  $j+1$  層との振動インピーダンスである。

同様にして各層の定数  $a_j, b_j$  が求まる。 $a_j, b_j$  が求まれば(1.5)式の  $B_j$  が求まり、さらに(1.2)式の  $u_{3j}$  が求まる。

一方ひずみは微小ひずみの仮定のもとに、次の関係で変位と結ばれている。すなわち、テンソル表示でこれを表わすと、

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

である。S波重複反射理論の場合、生ずるひずみ成分は  $e_{23} = e_{32}$  である。

(2) Love波, Rayleigh波 (F.E.M.による解法)<sup>3)</sup>

図2, 図3に Love波, Rayleigh波によって生ずるひずみ成分を示した。それぞれのひずみ成分の関係は、

Love波  $e_{13} = e_{31}, e_{23} = e_{32}$

Rayleigh波  $e_{11}, e_{12} = e_{21}, e_{22}$

である。

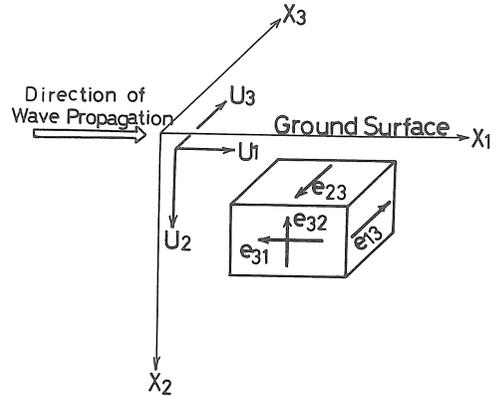


図2 Love波の伝播によって生じるひずみ成分

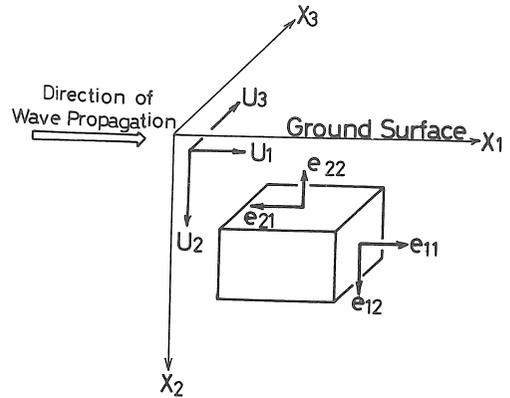


図3 Rayleigh波の伝播によって生じるひずみ成分

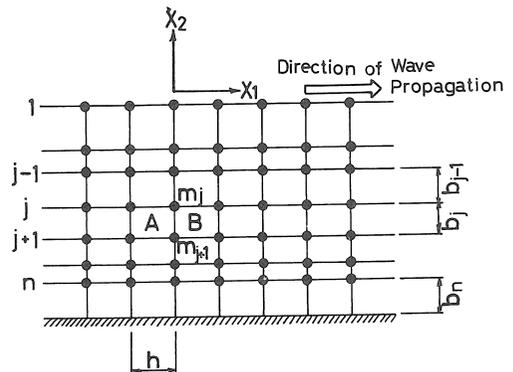


図4 地盤の層構成システム

図4に示したように多層地盤の各層をいくつかのsub-layerに分割する。sublayerの高さは任意であるが、水平方向の有限要素の幅は一定とする。四角形要素内の水平変位  $\delta_{x1}$ 、鉛直変位  $\delta_{x2}$  を次のように仮定する。

$$\delta_{x1} = C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_1 \cdot X_2 + C_4 \quad (2.1)$$

$$\delta_{x2} = C_5 X_1 + C_6 X_2 + C_7 X_1 \cdot X_2 + C_8 \quad (2.2)$$

このとき  $j$  層に働く力を  $\{P\}$ 、変位を  $\{\delta\}$ 、(2.1)式、(2.2)式より導かれる要素の Stiffness Matrix を  $[K]_j$  とすると

$$\{P\} = [K]_j \cdot \{\delta\} \quad (2.3)$$

で表わすことができる。ここに

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_8 \end{Bmatrix}, \quad \{P\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_8 \end{Bmatrix}$$

である。  $X_1$  方向に位相速度  $c$ 、振動数  $\omega$  で進行する調和平面波は

$$\delta_{x1} = u_{x1}(X_2) \cdot \exp i(\omega t - kX_1) \quad (2.4)$$

$$\delta_{x2} = iu_{x2}(X_2) \cdot \exp i(\omega t - kX_1) \quad (2.5)$$

ここに  $k$  : 波数 ( $\omega/c$ ) である。Love 波は上下成分の変位は存在しないから(2.4)式のみを考えればよい。 $j$  層の sublayer の四角形要素に働く力と変位を図5に、また要素A、Bの変位関係を図6に示す。

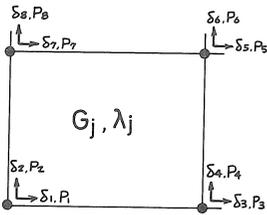


図5 四角形要素に作用する力と変位

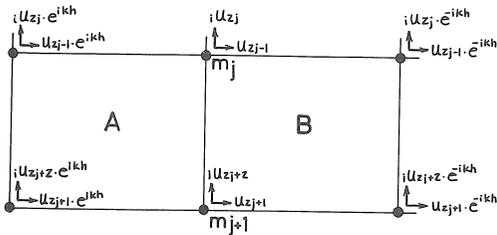


図6 要素A、Bの変位関係

要素A、Bの変位をそれぞれ  $\{\delta\}_A$ 、 $\{\delta\}_B$  とすると、

$$\{\delta\}_A = \begin{Bmatrix} u_{2j+1} \cdot e^{ikh} \\ iu_{2j+2} \cdot e^{ikh} * \\ u_{2j+1} \\ u_{2j+2} * \\ u_{2j-1} \\ iu_{2j} * \\ u_{2j-1} \cdot e^{ikh} \\ iu_{2j} \cdot e^{ikh} * \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & e^{ikh} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ie^{ikh} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ e^{ikh} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ie^{ikh} & 0 & 0 \end{Bmatrix} \times$$

$$\begin{Bmatrix} u_{2j-1} \\ u_{2j} \\ u_{2j+1} \\ u_{2j+2} \end{Bmatrix} = [E] \cdot \{u\}_j \quad (2.6)$$

\*印は上下成分 (Love 波の場合はゼロ)

$$\{\delta\}_B = \{\delta\}_A \cdot e^{-ikh} = \exp^{-ikh} [E] \cdot \{u\}_j \quad (2.7)$$

として表示できる。質量  $m_j$ 、 $m_{j+1}$  を介して  $j$  番目の sublayer に伝えられる力を

$$\left. \begin{matrix} Q_{2j-1,j} \\ iQ_{2j,j} \end{matrix} \right\} m_j, \quad \left. \begin{matrix} Q_{2j+1,j} \\ iQ_{2j+2,j} \end{matrix} \right\} m_{j+1}$$

とすると、図5を参考に(2.3)式、(2.6)式、(2.7)式より

$$\left. \begin{matrix} Q_{2j-1,j} = \{k_5\}\{\delta\}_A + \{k_7\}\{\delta\}_B = (\{k_5\} + \{k_7\} \cdot \exp^{-ikh}) \cdot [E] \cdot \{u\}_j \\ iQ_{2j,j} = \{k_6\}\{\delta\}_A + \{k_8\}\{\delta\}_B = (\{k_6\} + \{k_8\} \cdot \exp^{-ikh}) \cdot [E] \cdot \{u\}_j \end{matrix} \right\} m_j$$

$$\left. \begin{matrix} Q_{2j+1,j} = \{k_3\}\{\delta\}_A + \{k_1\}\{\delta\}_B = (\{k_3\} + \{k_1\} \exp^{-ikh}) \cdot [E] \cdot \{u\}_j \\ iQ_{2j+2,j} = \{k_4\}\{\delta\}_A + \{k_2\}\{\delta\}_B = (\{k_4\} + \{k_2\} \exp^{-ikh}) \cdot [E] \cdot \{u\}_j \end{matrix} \right\} m_{j+1}$$

となる。ここで force Vector を

$$\{Q\}_j = \begin{Bmatrix} Q_{2j-1,j} \\ Q_{2j,j} \\ Q_{2j+1,j} \\ Q_{2j+2,j} \end{Bmatrix} \quad \text{とするならば}$$

$$\{Q\}_j = [L]_j \cdot \{u\}_j \quad (2.8)$$

と書くことができる。  $[L]_j$  は  $j$  番目の Sublayer の Stiffness Matrix で  $4 \times 4$  の実対称 Matrix である。

質量  $m_j$  の水平方向、鉛直方向の運動方程式は

$$-\omega^2 \cdot u_{2j-1} \cdot m_j = -Q_{2j-1}$$

$$-i\omega^2 \cdot u_{2j} \cdot m_j = -iQ_{2j}$$

すなわち

$$\omega^2 [M] \{u\} = \{Q\} \quad (2.9)$$

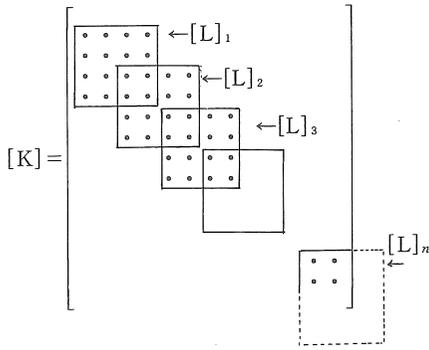
ここに

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{2n} \end{Bmatrix}, \quad \{Q\} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_{2n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{1,1} \\ Q_{2,1} \\ Q_{3,1} + Q_{3,2} \\ \vdots \\ Q_{2n,n-1} + Q_{2n,n} \end{Bmatrix}$$

また  $\{u\}$ 、 $\{Q\}$  を用いて(2.8)式を書けば

$$\{Q\} = [K] \{u\} \quad (2.10)$$

となる。ただし、  $[K]$  は



である。(2.9)式, (2.10)式より,

$$\omega^2[M]\{u\}=[K]\cdot\{u\}$$

$$\therefore ([K]-\omega^2[M])\{u\}=0$$

すなわち, 固有値問題として $\omega$ を求め, それに対する変位の比率 $u$ が求まる。

以上理論解析では地表面に水平な層よりなる多層地盤として解いたものである。

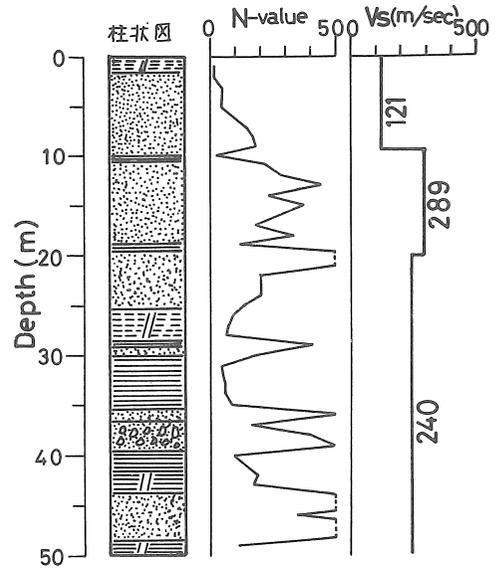


図7 微動測定地点における柱状図, N値, S波速度

### 3. 実測値より求めた地盤内のひずみ分布と理論解析

図7に地盤内微動を測定した観測 site の地盤構造を示す。図に示した土質柱状図, N値, S波速度よりこの地盤を考察すると, 深度10m付近まではN値は30以下, S波速度も121m/secと小さく軟かい地盤と言えよう。深度10m以深ではN値の大きい層と小さい層が相互に堆積した層構造をなしているが, S波速度は289m/sec (深度10m~20m), 240m/sec (深度20m以深)と大きく, 比較的硬い地盤であると考えられる。

#### (1) S波重複反射, Love波伝播に基づくひずみの算定

測定された3.15Hzの常時微動がS波重複反射のみによるもの, およびLove波のみによるものとの二つの仮定を設けそれぞれの仮定した伝播方向に対して生ずるひずみを算出し, 実測値より算出したひずみとの差異を検討する。

図8に実測値より算出した深度方向におけるせん断ひずみと理論解析より求めたせん断ひずみの分布を示す。これらの結果を要約すると次のようになろう。

実測された3.15Hzの波動は南方向より伝播しているため, それによって生ずるせん断ひずみは図2, 図3を参考に, NS成分は $e_{13}=e_{31}$ , EW成分は $e_{23}=e_{32}$ である。ここでLove波の伝播方向に生ずるひずみ $e_{13}=e_{31}$ は微小なので無視する。NS成分の深度方向に対するひずみ $e_{12}=e_{21}$ はRayleigh波で検討する。

Love波によるひずみ $e_{23}=e_{32}$ と実測値によるひずみ(EW成分より算出)とはStrain levelは異なるが深度方向への分布形状はよい対応を示している。すなわち, 深

度10m以下の軟弱層内で大きく, それ以深は急激に減少し小さくなっている。

S波重複反射理論によるひずみ $e_{23}=e_{32}$ は深度27m付近で最大となり, Love波によって生ずるひずみの大きさとほぼ同じ値となっているが, 実測値との対応はよくない。

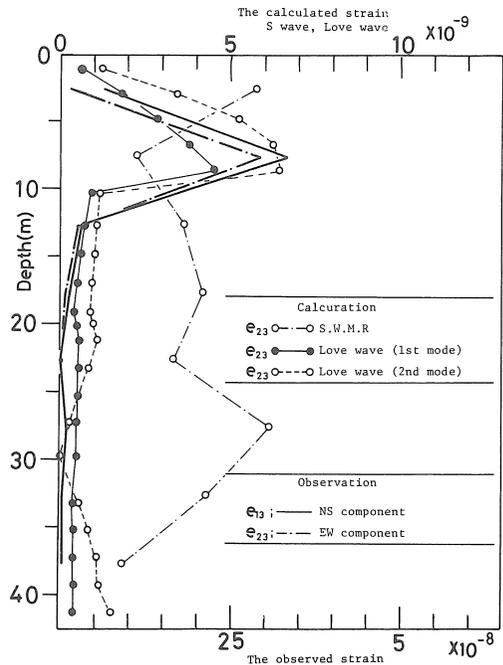


図8 実測より求められたひずみの最大値分布とS波重複反射, Love波によるひずみの最大値分布

(2) Rayleigh 波によるひずみの算定

理論解析値と実測値との比較を行うと、図9に示したように、Rayleigh 波の水平成分によって生ずるひずみ  $e_{12} = e_{21}$  と実測値 NS 成分によって生ずるひずみとの対応はよいが、Rayleigh 波上下成分によって生ずるひずみ  $e_{22}$  と実測値 UD 成分とはあまりよい対応を示していない。

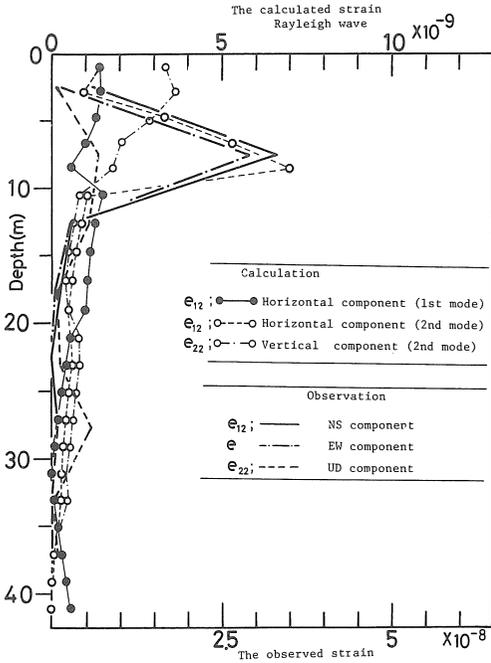


図9 実測より求められたひずみの最大値分布と Rayleigh波によるひずみの最大値分布

Rayleigh 波の特徴は上下成分を有するところにある。理論解析値と実測値との比較を行うと、図9に示したように、Rayleigh 波の水平成分によって生ずるひずみ  $e_{12} = e_{21}$  と実測値 NS 成分によって生ずるひずみとの対応はよいが、Rayleigh 波上下成分によって生ずるひずみ  $e_{22}$  と実測値 UD 成分とはあまりよい対応を示していない。以上のことより、Rayleigh 波が伝播するときには地表付近の地盤浅部で引張あるいは圧縮ひずみ  $e_{22}$  が働きかつ大きくなることがわかった。一般に地盤は引張に弱いとされているので、引張ひずみが非常に大きくなるような場合には十分留意する必要があるだろう。

4. ま と め

地盤内微動の測定結果よりひずみを算出し、S波重複反射、Love波、Rayleigh 波の伝播によって生ずるひずみと比較検討した。その結果についてまとめると、

(1) 実測値との比較において、測定された水平2成分

(NS= $e_{12}$ , EW= $e_{23}$ ) は Love 波、Rayleigh 波による理論解析値とよい対応を示したが、実測値上下成分 (UD= $e_{22}$ ) と Rayleigh 波によって生ずるひずみとはあまりよい対応を示さなかった。また S 波重複反射によるものともあまりよい対応を示さなかった。

(2) 地盤浅部の軟弱層内でひずみが大きくなる傾向がみられた。特に Love 波による伝播方向に垂直な面に生ずるせん断ひずみ、Rayleigh 波の上下成分によって生ずる引張ひずみは地盤浅部で大きくなる傾向があった。

(3) Rayleigh 波が伝播するときには、伝播方向に生ずるせん断ひずみ ( $e_{12}$ ) と上下成分による引張ひずみ ( $e_{22}$ ) が生ずるので、地盤は引張に弱いことも考慮し、砂地盤の液状化等、地盤変形を考える上で配慮を行う必要があると思われる。

以上、実測値と理論解析値の比較を行ったが、今後の課題として次のようなものがあげられる。理論解析を行うに当たり、地盤を地表面と平行な多層構造をなす弾性体として取扱ったが実際の地盤は水平方向に不規則な層構造をなしている。また弾性体でもない。Strain level に従って剛性率の level を下げるようなひずみの非線形を考慮した検討が必要である。

また、常時微動によって生ずるひずみ level ( $\times 10^{-8}$ ) が地震時のどのくらいのひずみ level まで対応するかと言った問題点を残している。

終りにのぞみ、調査遂行上種々の援助を給った名古屋市民局災害対策課の方々並びに青島設計、東京ソイルリサーチの方々に深く感謝する。

また、名古屋大学工学部多賀直恒助教授、富樫豊助手の御厚意によりプログラムを使用させていただいた。この研究をまとめるに当たり、本学正木和明講師には終始有益なる助言をいただいた。測定、解析には本学研究生坪井利弘君、大学院生宮永良一君、学生の金田達也、高橋英敏両君に御助力を願った。

計算には本学電子計算センター I B M370-138を利用したことを申しそえる。

参考文献

- 1) 金井清：地震工学，66—73，共立出版株式会社，東京，1974.
- 2) I.Herrera and E.Rosenbluth: Response Spectrum on Stratified Soil, Proc.III. W.C.E.E., Vol.1, 1965.
- 3) John Lysmer: Lumped Mass Method for Rayleigh Waves, B.S.S.A., Vol.60 (1), 89-104, 1970.

(受理 昭和55年1月16日)