

## 中心圧縮柱の非線形座屈に関する研究

(その12: 部材変形の実験結果と解析結果の比較)

正会員 ○宮木 彩乃\* 鈴木 敏志\*\*  
正会員 西村 功\*\*\*座屈荷重 幾何学的非線形 材料非線形  
静的載荷実験 正方形断面 モーションキャプチャ

## 1 はじめに

本報では、前報(その11)で得られた正方形断面鋼材の部材変形の実験結果と既報(その1~3)に示した理論予想を比較する。なお、図表については、記号Lを付す。

## 2 部材変形の実験結果と解析結果の比較

既報(その1~その3)に示した非線形座屈モデルでは、座屈状態における変形関数が式(B1)の楕円関数で示されている。式(L1)として再記する。

$$x(s) = -\frac{\delta_H(k)}{2} \operatorname{cn}\left(\frac{s}{\lambda(k)} + K(k)\right) \quad (L1)$$

また、変形関数を積分計算することで、座屈状態における部材長さ  $l(k)$ 、水平変形  $\delta_H(k)$  および部材高さ  $h(k)$  が、楕円関数の母数  $k$ 、第一種の完全楕円積分  $K(k)$  および第二種の完全楕円積分  $E(k)$  を用いた関数で表されている(式(B2)、式(B3)、式(B4))。ここで、鋼材の場合、座屈後も部材長さは変化しないと仮定すると、部材長さ  $l(k) = l_0$  が境界条件となる。従って、変形を求める関数に含まれる  $\lambda(k)$  は式(B2)より式(L2)となる。式(L2)を水平変形  $\delta_H(k)$  の式(B3)と部材高さ  $h(k)$  の式(B4)にそれぞれ代入すると、式(L3)・式(L4)となる。また、部材中央部分のたわみ角の最大値  $\theta_{max}$  と楕円関数の母数  $k$  には式(B7)の関係があり、図B-1を参照して式(L5)として再記する。

$$\lambda(k) = \frac{l_0}{2K(k)} \quad (L2)$$

$$\delta_H(k) = \frac{2k \cdot l_0}{K(k)} \quad (L3)$$

$$h(k) = \frac{4l_0}{K(k)} (K(k) - E(k)) \quad (L4)$$

$$\theta_{max} = 2 \cdot \sin^{-1}(k) \quad (L5)$$

式(L3)~式(L5)を見ると、 $\delta_H$ 、 $h$  および  $\theta_{max}$  がそれぞれ母数  $k$  の関数で表されていることがわかる。そこで、こ

では式の左辺の値を実験結果で与え、母数  $k$  の値を式(L3)~式(L5)からそれぞれ算定した。算定結果を表L-1~表L-3に示す。なお、ここでは紙面の都合上、代表的な結果として試験体24B・24E・24Iの3つについて、いくつかの変形状態を抜粋して示す。ここで、表中の水平変形  $\delta_H$  は、モーションキャプチャの計測データから算定した試験体中央でのR軸方向(図K-3を参照)の値である。部材高さ  $h$  は座屈長さ(=L/2)における座屈時の高さであり、試験機の各所に取り付けた接触型変位計より求めた試験体全体の軸方向変形  $\delta_s$  を試験体長さ  $L$  から引いた後、1/2を掛けた値である。たわみ角  $\theta_{max}$  は、モーションキャプチャの計測データから算定した試験体の長さ  $L/4$  の位置(座屈長さに対する中央の位置)での値である。また、各変形状態における軸方向荷重の計測値を  $N_{cr}$  として表中に併記している。表L-1~表L-3に示す(a)~(c)が、実験結果を基に算定した母数  $k$  の値であり、(a)は水平変形  $\delta_H$  の実験結果を基に式(L3)より算定した母数  $k$ 、(b)は部材高さ  $h$  の実験結果を基に式(L4)より算定した母数  $k$ 、(c)はたわみ角  $\theta_{max}$  の実験結果を基に式(L5)より算定した母数  $k$  である。

得られた母数  $k$  の値についてみると、既報(その9)で述べた、座屈後の挙動が不安定となった試験体24B-No.4および24E-No.4は、座屈時(最大荷重時)におけるR軸方向の変形量が少なく、部材変形がほぼ軸方向変形のみであるため、母数  $k$  の値は、部材高さ  $h$  から求めた(b)の値のみ大きく、水平変形  $\delta_H$  およびたわみ角  $\theta_{max}$  から求めた(a)・(c)の値は、非常に小さいことがわかる。一方、座屈直後(最大荷重到達後に軸方向変形が急激に進んだ後の状態)について見ると、R軸方向への変形が確認でき、水平変形  $\delta_H$  およびたわみ角  $\theta_{max}$  から求めた(a)・(c)の値が座屈時に比べて大きく、また(a)・(c)の値が概ね一致していることがわかる。同様にしてみると、座屈後の挙動が安定となった試験体24I-No.4は、座屈時にR軸方向への変形があり、水平変形  $\delta_H$  およびたわみ角  $\theta_{max}$  から求めた(a)・(c)の値は、座屈時における24B・24Eの値に比べて大きく、また、(a)と(c)の値が一致していることがわかる。母数  $k$  は変形の増大を表すパラメータであり、(a)と(c)の値の一致は、母数  $k$  に対する水平変形  $\delta_H$  とたわみ角  $\theta_{max}$  の関係が、理論予想と実験結果で一致している

ことを意味している。次に、軸方向変形が進んだときの母数  $k$  についてみると、各試験体で、座屈時または座屈直後には概ね一致していた水平変形  $\delta_H$  とたわみ角  $\theta_{max}$  より得られた(a)および(c)の値は、軸方向変形が進むにつれて差が大きくなる結果となった。一方で、水平変形  $\delta_H$  と部材高さ  $h$  から得られた(a)および(b)の値は、軸方向変形が進んだ範囲では概ね一致しており、これは軸方向変形  $\delta_v$  と水平変形  $\delta_H$  の関係が、理論予想と実験結果で概ね一致していることを意味している。

図 L-1～図 L-3 には、各試験体の変形曲線について、モーシオンキャプチャによる実験結果(図中の●)と式(L1)による解析結果(図中の実線)を比較したものを示す。図には座屈時(試験体 24B および 24E は座屈直後)、軸方向変形 20mm, 40mm および 60mm 時の変形曲線を示している。なお、変形曲線の解析結果は、前述の実験結果より算定した母数  $k$  のうち水平変位  $\delta_H$  より算定した値(表 L-1～表 L-3 の(a))を用いて計算したものである。実験結果と解析結果を比較すると、座屈時または座屈直後については、実験結果と解析結果が良く一致している。一方、軸方向変形が進むと、実験結果と解析結果の差が大きくなる結果となった。具体的には、解析結果の部材変形は滑らかな曲線となり、試験体長さ  $L/4$  でのたわみ角  $\theta_{max}$  が大きいものに対して、実験結果は解析結果に比べると部材変形が直線的でたわみ角  $\theta_{max}$  が小さく、両者の差が大きくなる結果となった。

### 3 まとめ

モーシオンキャプチャを用いて座屈時における部材変形を高精度で計測し、既報(その 1～その 3)に示した理論予想と比較した。比較の結果、本報で示した範囲内で、実験結果と解析結果は概ね一致することを確認した。

#### 参考文献

- 1) 西村功, 鈴木敏志, 江里口知輝: 中心圧縮柱の非線形座屈に関する研究(その 1: 非線形座屈モデルの仮説, その 2: 非線形座屈状態の変形と安定性, その 3: 分岐の発生とその後の安定性), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp251-256, 2017 年 8 月
- 2) 西村功, 鈴木敏志, 庄司夏海: 中心圧縮柱の非線形座屈に関する研究(その 4: 実験概要, その 5: 実験結果), 日本建築学会大会学術講演梗概集 pp411-414, 2018 年 9 月
- 3) 西村功, 鈴木敏志, 宮木彩乃: 中心圧縮柱の非線形座屈に関する研究(その 6: 断面寸法の異なる試験体を用いた実験, その 7: 実験結果と解析結果の比較, その 8: 理論値と既往研究の比較), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp293-298, 2019 年 9 月
- 4) 西村功, 鈴木敏志, 宮木彩乃: 中心圧縮柱の非線形座屈に関する研究(その 9: 追加の実験, その 10: 実験結果と解析結果の比較), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp231-234, 2020 年 9 月

表 L-1 実験値から算定した母数  $k$  (24B-No. 4)

変形状態	$\delta_H$ (mm)	$h$ (mm)	$\theta_{max}$ (rad)	$N_{cr}$ (kN)	母数 $k$		
					(a)	(b)	(c)
座屈時	0.7	211.4	0.003	241.3	0.002	0.071	0.002
座屈直後	4.6	211.1	0.026	221.3	0.017	0.081	0.013
$\delta_v=20\text{mm}$	53.8	202.6	0.310	88.0	0.201	0.151	0.154
$\delta_v=40\text{mm}$	83.1	192.5	0.471	61.7	0.315	0.305	0.233
$\delta_v=60\text{mm}$	103.2	182.5	0.591	50.8	0.398	0.372	0.291
$\delta_v=80\text{mm}$	119.8	172.6	0.695	44.7	0.471	0.428	0.341

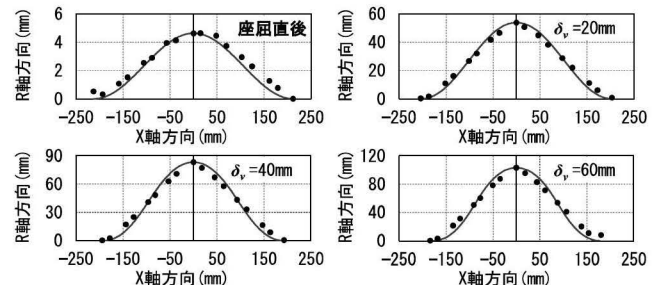


図 L-1 部材変形の実験値と解析値の比較 (24B-No. 4)

表 L-2 実験値から算定した母数  $k$  (24E-No. 4)

変形状態	$\delta_H$ (mm)	$h$ (mm)	$\theta_{max}$ (rad)	$N_{cr}$ (kN)	母数 $k$		
					(a)	(b)	(c)
座屈時	4.2	528.8	0.012	171.7	0.006	0.047	0.006
座屈直後	32.0	528.3	0.080	89.8	0.047	0.056	0.040
$\delta_v=20\text{mm}$	96.6	520.0	0.223	38.8	0.144	0.137	0.112
$\delta_v=40\text{mm}$	136.8	510.1	0.311	28.9	0.205	0.193	0.155
$\delta_v=60\text{mm}$	167.9	500.0	0.380	24.0	0.253	0.237	0.189
$\delta_v=80\text{mm}$	193.6	490.0	0.441	21.1	0.293	0.273	0.219

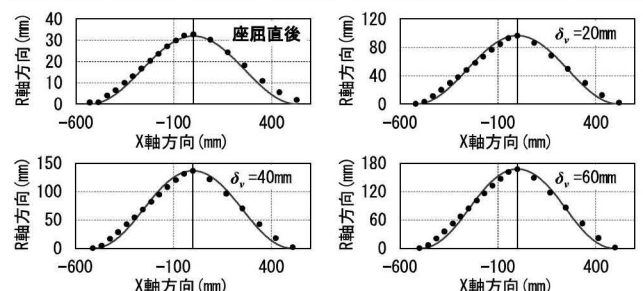


図 L-2 部材変形の実験値と解析値の比較 (24E-No. 4)

表 L-3 実験値から算定した母数  $k$  (24I-No. 4)

変形状態	$\delta_H$ (mm)	$h$ (mm)	$\theta_{max}$ (rad)	$N_{cr}$ (kN)	母数 $k$		
					(a)	(b)	(c)
座屈時	25.7	924.0	0.044	61.7	0.022	0.033	0.022
$\delta_v=5\text{mm}$	55.2	922.5	0.085	49.5	0.047	0.052	0.043
$\delta_v=20\text{mm}$	125.1	915.1	0.173	27.0	0.107	0.104	0.086
$\delta_v=40\text{mm}$	180.6	905.0	0.246	19.9	0.154	0.147	0.122
$\delta_v=60\text{mm}$	221.7	895.0	0.291	16.8	0.190	0.180	0.145
$\delta_v=80\text{mm}$	256.8	885.0	0.339	14.8	0.221	0.207	0.169

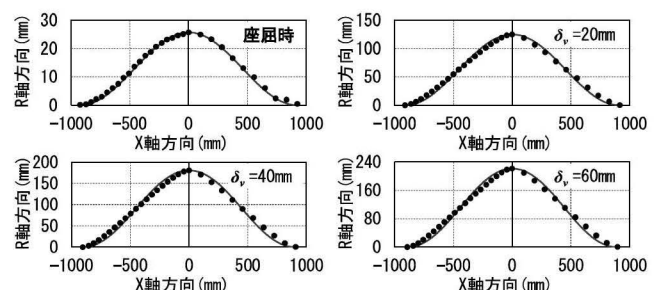


図 L-3 部材変形の実験値と解析値の比較 (24I-No. 4)

\* 元愛知工業大学大学院 工学研究科博士前期課程

\*\* 愛知工業大学 工学部 建築学科 准教授

\*\*\* 東京都市大学 工学部 建築学科 教授

\* Former Graduate Student of Eng., Aichi Institute of Technology

\*\* Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Aichi Institute of Technology

\*\*\* Prof., Dept. of Architecture, Tokyo City University