

# 装荷ケーブルにおける伝ぱん指数の変化

林 憲 一

## Sur les Caractéristiques de Propagation du Câble Chargé

Ken-ichi HAYASHI\*1

Résumé: Pour manifester des caractéristiques du câble chargé la formule de fonction complexe hyperbolique, à savoir la formule de Campbell, paraît. Ayant pour but de faire comprendre facilement l'expression, nous essayons la représentation schématique. Ensuite le mécanisme de la variation des caractéristiques s'explique habilement.

### 1. Introduction

Pour exprimer des caractéristiques de propagation sur des câbles chargés, nous utilisons la formule de Campbell.

Mais, l'expression est en forme de fonction complexe hyperbolique et les variations des caractéristiques par fréquence ne sont pas faciles à comprendre. Pour cela nous introduirons donc la résolution graphique.

### 2. L'expression à figurer la formule

La formule de Campbell est donnée par l'expression (1) \*2

$$\text{ch} \gamma \ell = \text{ch} \gamma_0 \ell + \frac{Z_c}{2Z_0} \text{sh} \gamma_0 \ell \quad (1)$$

Ici,  $\gamma$  : l'exposant linéique de propagation du câble chargé

$\ell$  : l'intervalle entre bobine de charge

$\gamma_0$  : l'exposant linéique de propagation du câble non-chargé

$Z_0$  : l'impédance caractéristique du câble non-chargé

$Z_c$  : l'impédance de la bobine de charge

Or l'exposant linéique de propagation du câble chargé  $\gamma = \alpha + j\beta$  est suivant:

$$\alpha + j\beta = \frac{1}{\ell} \text{ch}^{-1} \left[ \text{ch} \gamma_0 \ell + \frac{Z_c}{2Z_0} \text{sh} \gamma_0 \ell \right] \quad (2)$$

Pour résoudre ce problème, nous faisons l'essai de la représentation à figurer des fonctions ci-dessus.

Les fonctions complexes de sinus hyperbolique et de cosinus hyperbolique sont données par:

$$\text{sh}(\alpha + j\beta) = \text{sh} \alpha \cos \beta + j \text{ch} \alpha \sin \beta = u + j v$$

par suite

$$\frac{u^2}{\text{sh}^2 \alpha} + \frac{v^2}{\text{ch}^2 \alpha} = 1$$

$$\frac{v^2}{\sin^2 \beta} - \frac{u^2}{\cos^2 \beta} = 1$$

et

$$\text{ch}(\alpha + j\beta) = j \text{ch} \left\{ \alpha + j \left( \beta - \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$

Nous obtenons, donc, les courbes de ch-et sh-fonctions figurées par Fig. 1.

A savoir, nous résoudrons l'expression (1) en utilisant la figure.

### 3. Calcul numérique

Nous posons les paramètres primaires linéiques du câble non-chargé en  $R_0$ ,  $L_0$ ,  $G_0$  et  $C_0$  ainsi que l'impédance de la bobine en  $r + j\omega L_c$ .

En suite

$$\begin{aligned} \alpha + j\beta = & \frac{1}{\ell} \text{ch}^{-1} \left[ \text{ch} \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} \cdot \ell \right. \\ & \left. + \frac{r + j\omega L_c}{2\sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}} \text{sh} \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} \cdot \ell \right] \quad (3) \end{aligned}$$

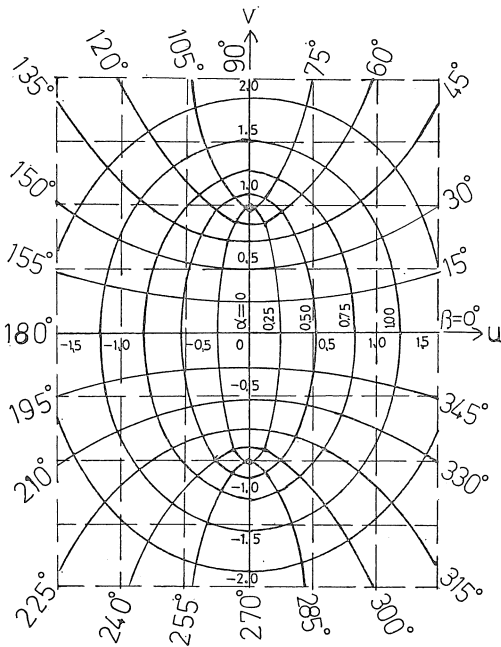
Ici, nous les mettons par suivant.

$$G_0 + j\omega C_0 = \sqrt{G_0^2 + (\omega C_0)^2} \cdot e^{j \tan^{-1} \frac{\omega C_0}{G_0}}$$

$$= \omega C_0 \sqrt{1 + \left( \frac{G_0}{\omega C_0} \right)^2} \cdot e^{j \tan^{-1} \frac{\omega C_0}{G_0}}$$

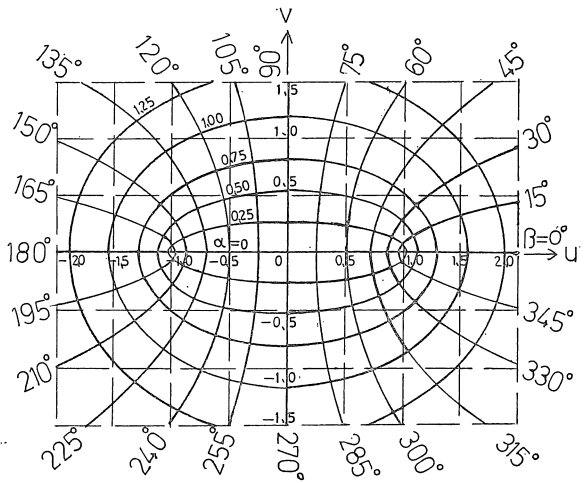
\*1 Department of Electronic Engineering

\*2 Voir, par exemple, R. Croze et L. Simon "Transmission Téléphonique" traduit en japonais par K. Hayashi, Chap. 5.



(a)  $sh(\alpha + j\beta) = u + jv$

Fig 1 - (a)



(b)  $ch(\alpha + j\beta) = u + jv$

Fig (1) - (b)

Fig. 1 Courbes de fonctions complexes hyperbliques

$$\begin{aligned}
 r + j\omega L_c &= \sqrt{r^2 + (\omega L_c)^2} \cdot e^{j \tan^{-1} \frac{\omega L_c}{r}} \\
 &= \omega L_c \sqrt{1 + \left(\frac{r}{\omega L_c}\right)^2} \cdot e^{j \tan^{-1} \frac{\omega L_c}{r}} \\
 r_0 &= \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} \simeq \sqrt{R_0(G_0 + j\omega C_0)} \\
 &= \sqrt{\omega C_0 R_0} \sqrt{1 + \left(\frac{G_0}{\omega C_0}\right)^2} \cdot e^{j \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\omega C_0}{G_0}} \\
 \frac{Z_c}{2Z_0} &= \frac{r + j\omega L_c}{2\sqrt{R_0(G_0 + j\omega C_0)}} = \frac{\omega L_c}{2} \sqrt{\frac{C_0}{R_0}} \sqrt{1 + \left(\frac{r}{\omega L_c}\right)^2} \\
 &\times \sqrt{1 + \left(\frac{G_0}{\omega C_0}\right)^2} \cdot e^{j\left(\tan^{-1} \frac{\omega L_c}{r} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\omega C_0}{G_0}\right)}
 \end{aligned}$$

Les valeurs numériques respectives de câble sont données, par exemple, ci-dessous.

$$\begin{aligned}
 R_0 &= 105 \text{ } (\Omega/\text{km}), \quad G_0 = 1.5 \text{ } (\mu\text{S}/\text{km}), \\
 C_0 &= 50 \text{ } (\text{nF}/\text{km}) \quad L_c = 100 \text{ } (\text{mH}/0.915\text{km}), \\
 r &= 16 \text{ } (\Omega) \text{ à } 100 \text{ } (\text{mH})
 \end{aligned}$$

En posant les valeurs numériques, nous obtenons ci-dessous.

$$\begin{aligned}
 r_0 \ell &= 5.255 \times 10^{-3} \times \sqrt{1 + \frac{22.797}{f^2}} \times \sqrt{f} \\
 &\times \left( \cos\left(\frac{1}{2} \tan^{-1} 0.20944 \times f\right) + j \sin\left(\frac{1}{2} \tan^{-1} 0.20944 \times f\right) \right) \\
 \frac{Z_c}{2Z_0} &= 1.718 \times 10^{-5} \times f^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{1 + \frac{648.45}{f^2}} \\
 &\times \sqrt{1 + \frac{22.797}{f^2}} \times \exp j \left[ \tan^{-1} 0.03927 \times f \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \tan^{-1} 0.20944 \times f \right]
 \end{aligned}$$

La figure 2 se représente les variations de  $ch \gamma \ell$  en paramètre de fréquence. Les figures 3 et 4 expriment en détail la domaine aux fréquences de coupe et celles très basses.

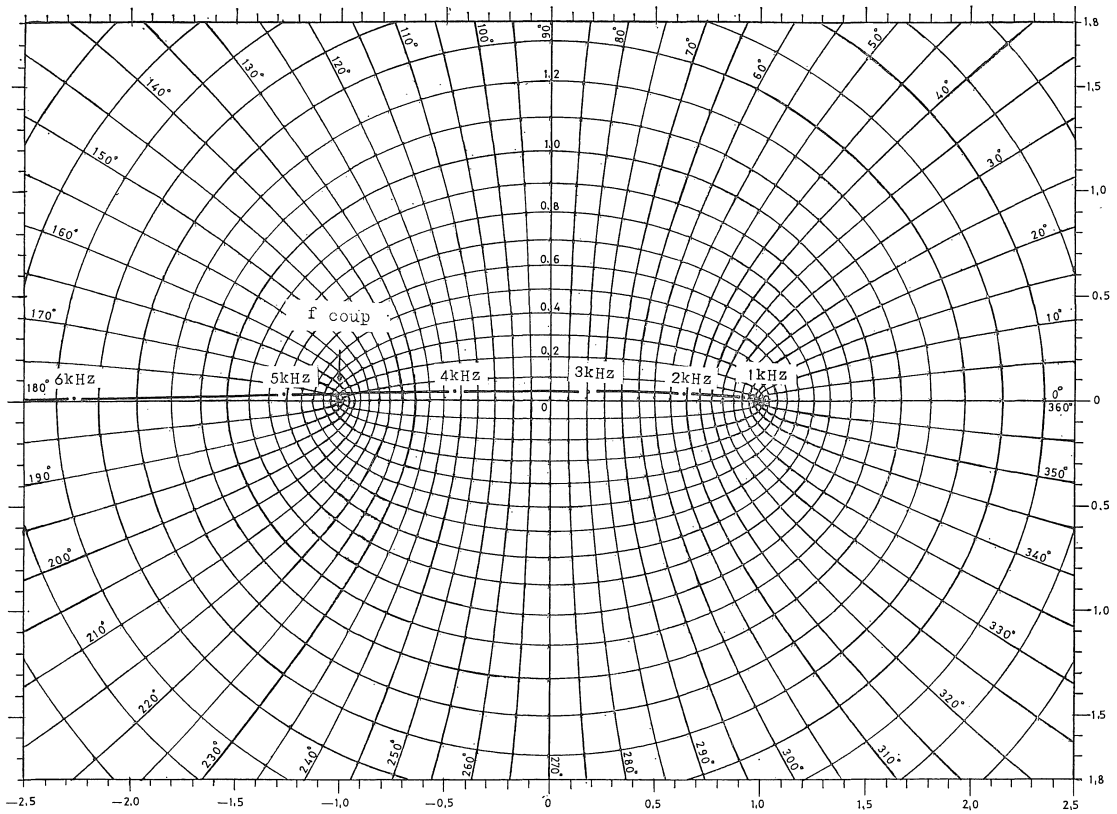


Fig 2

Fig. 2 Lieu géométrique du paramètre de propagation en fonction de fréquence au câble chargé

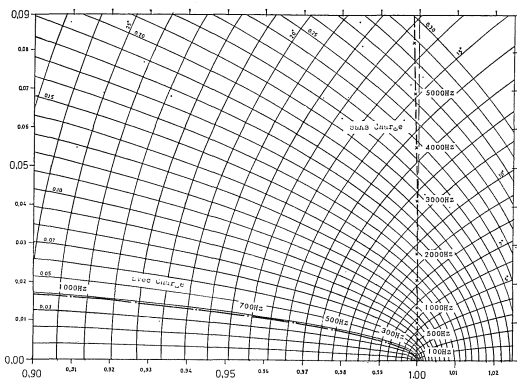


Fig 3— (a)

(a) Partie aux fréquences basses

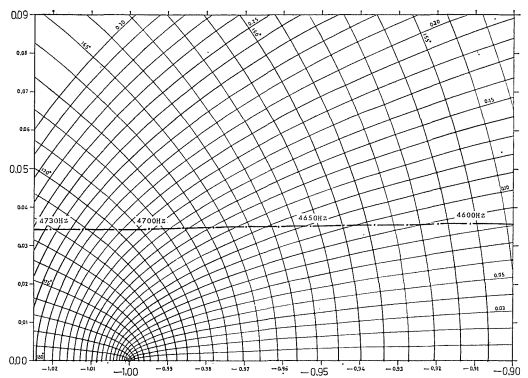
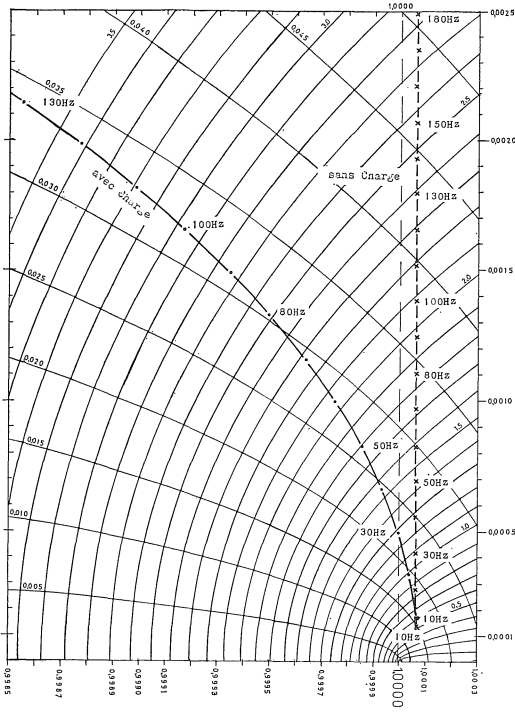


Fig 3— (b)

(b) Partie aux fréquences de coupure

Fig. 3 Les figures étendues des parties aux fréquences basses et de coupure



Correspondant à Fig. 3 (a)

Fig. 4 Détail de la figure 3 (a)

4. Considération

Nous indiquons les diagrammes vectoriels aux quelques fréquences par la figure 5 et les valeurs numériques correspondantes par le table 1.

Nous comprenons par les figures vectorielles: le vecteur de (4) se change par celui de (3) et le vecteur composé de (5) se déplace vers la région de plus petite partie réelle et ensuite l'affaiblissement se diminue. A la fréquence de 10 (Hz) cet effet n'est pas effectif, et à la région de la fréquence  $f=100$  (Hz)  $\sim 4$  (kHz) il est très effectif. Mais à la fréquence  $f=5$  (kHz) il est en bande coupée et en affaiblissement.

La variation des caractéristiques de phase est très notable à la région de fréquence effective et elle est en constante à la région affaiblie.

5. Conclusion

Par la représentation figurée de la fonction complexe hyperbolique nous expliquons facilement la variation des paramètres linéique de propagation au câble chargé aux régions des fréquences à grande échelle et indiquons le mécanisme de diminution d'affaiblissement. Nous utilisons l'ordinateur à notre institute pour le calculer.

fréquence terme	10 (Hz)	100 (Hz)	1 (kHz)	4 (kHz)	5 (kHz)
$r_0 \ell$	0.0148 + j 0.0093 0.140 0.010 dB/km, Rd/km	0.0381 + j 0.03628 0.362 0.0397 dB/km, Rd/km	0.1178 + j 0.1172 1.118 0.128 dB/km, Rd/km	0.2352 + j 0.2349 2.233 0.257 dB/km, Rd/km	0.2629 + j 0.2626 2.496 0.287 dB/km, Rd/km
(1) $sh r_0 \ell$	0.0175 $\angle 32.24^\circ$	0.0526 $\angle 43.66^\circ$	0.1662 $\angle 45.13^\circ$	0.3324 $\angle 46.02^\circ$	0.3716 $\angle 46.29^\circ$
(2) $\frac{Z_c}{2Z_0}$	0.00156 $\angle 54.30^\circ$	0.0178 $\angle 119.5^\circ$	0.5435 $\angle 133.4^\circ$	4.346 $\angle 134.6^\circ$	6.074 $\angle 134.7^\circ$
(3) $\frac{Z_c}{2Z_0} sh r_0 \ell$	0.000027 $\angle 86.14^\circ$	0.00093 $\angle 163.1^\circ$	0.0903 $\angle 178.5^\circ$	1.4447 $\angle 180.6^\circ$	2.2574 $\angle 180.97^\circ$
(4) $ch r_0 \ell$	1.00007 $\angle 0.0079^\circ$	1.0006 $\angle 0.079^\circ$	1.0013 $\angle 0.791^\circ$	1.0011 $\angle 3.16^\circ$	1.0016 $\angle 3.95^\circ$
(5) $ch r_0 \ell + \frac{Z_c}{2Z_0} sh r_0 \ell$	1.00007 + j 0.00017	0.9992 + j 0.0017	0.9097 + j 0.0161	-0.4451 + j 0.0395	-1.258 + j 0.0306
$\gamma = \alpha + j \beta$	0.149 dB/km 0.012 Rd/km	0.303 dB/km 0.056 Rd/km	0.367 dB/km 0.470 Rd/km	0.418 dB/km 2.22 Rd/km	6.69 dB/km 3.39 Rd/km
NOTE	région sans effective	région effective		région coupée	

Table 1

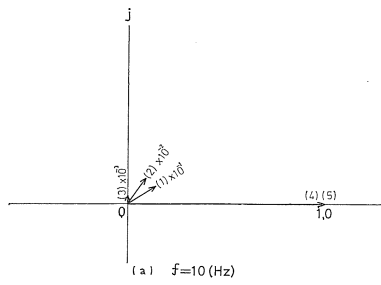


Fig. 5 (a)

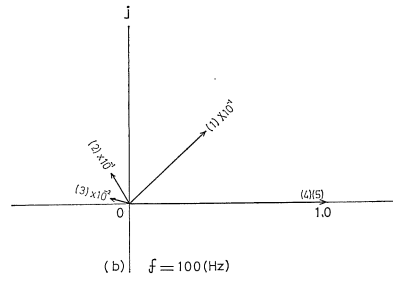


Fig. 5 (b)

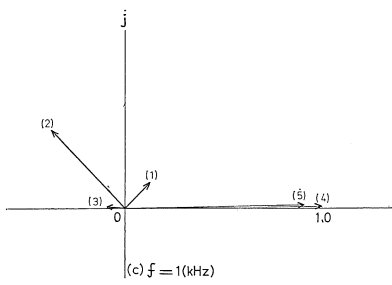


Fig. 5 (c)

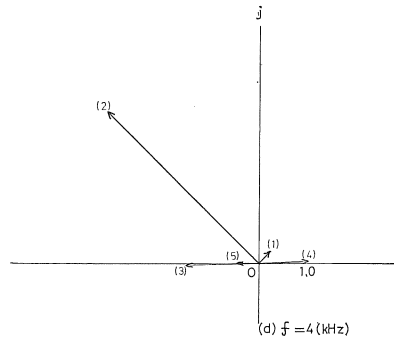


Fig. 5 (d)

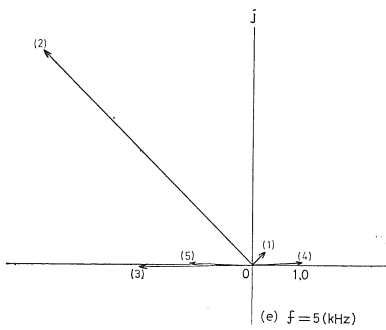


Fig. 5 (e)

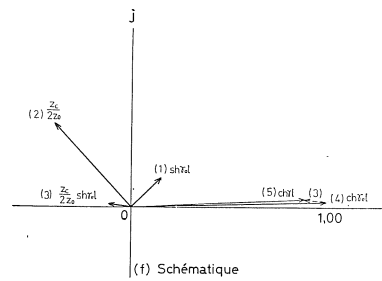


Fig. 5 (f)

Fig. 5 Figures vectorielles