

サイリスタ制御による R. C 回路の解析

加 納 敏 三

Analysis of the Series Resistance-Capacitance
Circuit controlled by Thyristor.

Toshizo KANO

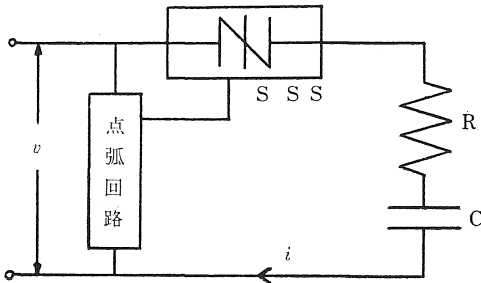
In case the single-phase A.C is applied to the series R-C circuit is controlled by thyristor, the phase relation between the cut-off angle and the firing one of a thyristor depends upon the load characteristic.

It is somewhat difficult to get this relation, but by applying the graphic method the above relation can be obtained easily.

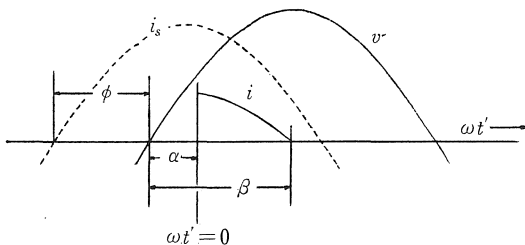
1. ま え が き

RC 直列回路の電流をサイリスタで制御する場合は、点弧角が一定でも、C に充電された電荷が半波毎に残るために消弧角は過渡的に変化しながら一定値におちついてゆく。従って消弧角を求めることは、RL 直列回路のように簡単明瞭ではないが、ここでは二三の仮定をおいて解析をおこない併せて図表により近似値を求める方法を述べた。

2. サイリスタにより制御された電流



第1図 基本回路



第2図 電源電圧と電流の関係

第1図において $\phi = \tan^{-1} \frac{1}{\omega CR}$, $Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$

α : 点弧角, β : 消弧角, として,

$$v = V_m \sin \omega t = V_m \sin(\omega t' + \alpha) \text{ の電圧を加え}$$

$\omega t' = 0$ でサイリスタを点弧させれば

$$R \frac{dq}{dt'} + \frac{1}{C} q = V_m \sin(\omega t' + \alpha) \quad (0 \leq \omega t' \leq \beta - \alpha)$$

$t' = 0$ のとき C の電荷 $q = Q$ とおくと

$$q = -\frac{I_m}{\omega} \cos(\omega t' + \alpha + \phi) + \left\{ Q + \frac{I_m}{\omega} \cos(\alpha + \phi) \right\} \varepsilon^{-\frac{t'}{\omega CR}} \quad (1)$$

$$i = \frac{dq}{dt'} = I_m \sin(\omega t' + \alpha + \phi) - \left\{ \frac{Q}{CR} + \frac{I_m}{\omega CR} \right.$$

$$\times \cos(\alpha + \phi) \left. \right\} \varepsilon^{-\frac{t'}{\omega CR}} = I_m \sin(\omega t' + \alpha + \phi)$$

$$- \{ Q \omega \tan \phi + I_m \tan \phi \cos(\alpha + \phi) \} \varepsilon^{-\omega t' / \tan \phi} \quad (2)'$$

$$\text{但し, } I_m = \frac{V_m}{Z}$$

ここで $\omega t' = \omega t - \alpha$ [$\omega t = \alpha$ で $q = Q$] とおけば (1)' (2)' 式は、つぎのようになる。

$$q = -\frac{I_m}{\omega} \cos(\omega t + \phi) + \left\{ Q + \frac{I_m}{\omega} \cos(\alpha + \phi) \right\} \times \varepsilon^{-(\omega t - \alpha) \tan \phi} \quad (1)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \phi) - \{ Q \omega \tan \phi + I_m \tan \phi \cos(\alpha + \phi) \} \times \varepsilon^{-(\omega t - \alpha) \tan \phi} \quad (2)$$

最初に点弧するとき、C には電荷がないと仮定し、(2)式で $Q = 0$ の場合の電流を i_1 とすれば

$$i_1 = I_m \{ \sin(\omega t + \phi) - \tan \phi \cos(\alpha + \phi) \varepsilon^{-(\omega t - \alpha) \tan \phi} \}$$

$\omega t = \beta_1$ で消弧して $i_1 = 0$ になり、そのとき q が極値 q_{m1} になったとすれば

$$\sin(\beta_1 + \phi) = \tan \phi \cos(\alpha + \phi) \varepsilon^{-(\beta_1 - \alpha) \tan \phi} \quad (3)$$

$$q_{m1} = -\frac{I_m}{\omega} \cos(\beta_1 + \phi) + \frac{I_m}{\omega} \cos(\alpha + \phi) \varepsilon^{-(\beta_1 - \alpha) \tan \phi}$$

$$= \frac{I_m}{\omega} \left\{ -\cos(\beta_1 + \phi) + \frac{\sin(\beta_1 + \phi)}{\tan \phi} \right\}$$

$$= \frac{I_m \sin \beta_1}{\omega \sin \phi} = [I_m Z C \sin \beta_1 \equiv Q_m \sin \beta_1]$$

q_{m1} が $\omega t = \alpha + \pi$ まで変化しないとすれば第2半波 i_2 では

(1), (2)式の $Q = -q_{m1}$ となるから $\omega t_1 = \omega t - \pi$ において

$$\begin{aligned} i_2 &= I_m \sin(\omega t_1 + \phi) - \{-q_{m1} \omega \tan \phi \\ &\quad + I_m \tan \phi \cos(\alpha + \phi)\} \varepsilon^{-(\omega t_1 - \alpha) \tan \phi} \\ &= I_m \left\{ \sin(\omega t_1 + \phi) + \frac{\sin \phi}{\cos \phi} \left[\sin \beta_1 - \cos(\alpha + \phi) \right] \right\} \\ &\quad \times \varepsilon^{-(\omega t_1 - \alpha) \tan \phi} \\ &= \frac{V_m}{R} \left\{ \sin(\omega t_1 + \phi) \cos \phi + \left[\sin \beta_1 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sin \phi \cos(\alpha + \phi) \right] \varepsilon^{-(\omega t_1 - \alpha) \tan \phi} \right\} \end{aligned}$$

$\omega t_1 = \beta_2$ で $i_2 = 0$, $q = q_{m2}$ とすれば

$$\begin{aligned} \sin(\beta_2 + \phi) \cos \phi &= \left\{ \sin \phi \cos(\alpha + \phi) - \sin \beta_1 \right\} \\ &\quad \times \varepsilon^{-(\beta_2 - \alpha) \tan \phi} \\ q_{m2} &= -\frac{I_m}{\omega} \cos(\beta_2 + \phi) + \left\{ -\frac{I_m \sin \beta_1}{\omega \sin \phi} + \frac{I_m}{\omega} \right\} \\ &\quad \times \cos(\alpha + \phi) \varepsilon^{-(\beta_2 - \alpha) \tan \phi} \\ &= \frac{I_m \sin \beta_2}{\omega \sin \phi} = [Q_m \sin \beta_2] \end{aligned}$$

前と同様に q_{m2} が $\omega t = \alpha + 2\pi$ まで変化せず

$\omega t_2 = \omega t - 2\pi$ とすれば, 第3半波 i_3 は

$$i_3 = \frac{V_m}{R} \left\{ \sin(\omega t_2 + \phi) \cos \phi + \left[\sin \beta_2 \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \phi \cos(\alpha + \phi) \right] \varepsilon^{-(\omega t_2 - \alpha) \tan \phi} \right\}$$

一般に, $\omega t = \alpha + (n-1)\pi$ で点弧するとき,

$$\text{点弧前の電荷 } q_{m(n-1)} = \frac{I_m \sin \beta_{n-1}}{\omega \sin \phi} = [Q_m \sin \beta_{n-1}] \quad \text{---(4)}$$

但し, 第1半波($n=1$)では電荷, 零 $\sin \beta_0 = 0$ とする.

$$\begin{aligned} \text{第}n\text{半波 } i_n &= \frac{V_m}{R} \left\{ \sin(\omega t_{n-1} + \phi) \cos \phi \right. \\ &\quad \left. + \left[\sin \beta_{n-1} - \sin \phi \cos(\alpha + \phi) \right] \varepsilon^{-(\omega t_{n-1} - \alpha) \tan \phi} \right\} \quad \text{(5)} \end{aligned}$$

〔但し, $\alpha \leq \omega t_{n-1} \leq \beta_n$, $\omega t_{n-1} = \alpha$ のとき

$$i_n = \frac{V_m}{R} (\sin \alpha + \sin \beta_{n-1}) \left. \right\}$$

$\omega t_{n-1} = \beta_n$ で消弧すれば

$$\begin{aligned} \sin(\beta_n + \phi) \cos \phi &= \left\{ \sin \phi \cos(\alpha + \phi) \right. \\ &\quad \left. - \sin \beta_{n-1} \right\} \varepsilon^{-(\beta_n - \alpha) \tan \phi} \quad \text{---(6)} \end{aligned}$$

$\beta_n = \beta_{n-1}$ で定常状態となる(β_∞)

3. 点弧角と消弧角の関係

簡単のため(6)式において $\alpha + \phi = \alpha'$, $\beta_n + \phi = \beta'_n$,

$(\beta_{n-1} + \phi = \beta'_{n-1})$ とおけば

$$\begin{aligned} \sin \beta'_n \cos \phi &= \left\{ \sin \phi \cos \alpha' - \sin(\beta'_{n-1} - \phi) \right\} \\ &\quad \times \varepsilon^{-(\beta'_n - \alpha') \tan \phi} \quad \text{---(7)} \end{aligned}$$

最初, C に電荷をもたないとするから, 第1半波($n=1$)では $\sin \beta_0 = 0$ 即ち,

$$\sin \beta'_1 \cos \phi = \sin \phi \cos \alpha' \varepsilon^{-(\beta'_1 - \alpha') \tan \phi} \quad \text{---(8)}$$

$\sin \beta'_1 \equiv 0$ ($\cos \alpha' \equiv 0$) の場合は

$$\frac{\sin \beta'_n}{\sin \beta'_1} = \frac{\sin \phi \cos \alpha' - \sin(\beta'_{n-1} - \phi)}{\sin \phi \cos \alpha'} \varepsilon^{-(\beta'_n - \beta'_1) \tan \phi} \quad \text{---(9)}$$

(8), (9)式により β'_1, β'_n の π に対する大小関係を知ること

とが出来る.

まず, $\beta'_1 = \beta_1 + \phi$ については, (8)式より

$$a) \alpha' = \frac{\pi}{2} \quad \text{のとき } \cos \alpha' = 0 \quad \therefore \sin \beta'_1 = 0, \beta'_1 = \pi$$

$$b) \phi < \alpha' < \frac{\pi}{2} \quad \text{〃 } \cos \alpha' > 0 \quad \therefore \sin \beta'_1 > 0, \beta'_1 < \pi$$

$$c) \frac{\pi}{2} < \alpha' < \pi + \phi \quad \text{〃 } \cos \alpha' < 0 \quad \therefore \sin \beta'_1 < 0, \pi < \beta'_1$$

(d) $0 < \alpha' < \phi$ のときは最初, 電荷を与えなければ点弧しない

つぎに, $\beta'_n = \beta_n + \phi$ については(9)式において前述のように, $\sin \beta'_1$ と $\sin \phi \cos \alpha'$ は同符号であるから $\sin \beta'_n$ と $\{\sin \phi \cos \alpha' - \sin(\beta'_{n-1} - \phi)\}$ と同符号をとる. $\{\sin \phi \cos \alpha' - \sin(\beta'_{n-1} - \phi)\}$ の正負の意味を考えるに,

$$u_q = \frac{\sin(\beta'_{n-1} - \phi)}{\cos \alpha' \sin \phi} \quad \text{とおけば, (4)式より}$$

$$u_q = \frac{\omega q_{m(n-1)}}{I_m \cos \alpha'} = \frac{q_{m(n-1)}}{\int_0^{\omega t + \phi = \alpha'} i_s dt} = \frac{q_{m(n-1)}}{q_{s\alpha}}$$

$$\left\{ \therefore i_s = \frac{I_m \sin(\omega t + \phi)}{\omega} \right. \\ \left. \int_0^{\omega t + \phi = \alpha'} \frac{1}{i_s dt} = -\frac{I_m}{\omega} \cos \alpha' \right\} \quad \text{即ち}$$

サイリスタ制御を行わず, 定常電流 i_s を $\omega t + \phi = 0$ ($i_s = 0$)より $\omega t + \phi = \alpha'$ ($\omega t = \alpha$)まで流したときに C に蓄えられる電荷が $q_{s\alpha}$ であり, $q_{s\alpha}$ よりも $q_{m(n-1)}$ が大きいか小さいかにより ($u_q > 1$, $u_q < 1$, $u_q = 1$), $\sin \beta'_n$ の正負が定まる. ($\cos \alpha'$ も関係する)

$$a) \cos \alpha' > 0, u_q > 1 \quad \text{のとき } \sin \beta'_n < 0$$

$$b) \cos \alpha' > 0, u_q < 1 \quad \text{〃 } \sin \beta'_n > 0$$

$$c) \cos \alpha' > 0, u_q = 1 \quad \text{〃 } \sin \beta'_n = 0$$

$$d) \cos \alpha' < 0 \quad \text{〃 } \sin \beta'_n < 0$$

$$e) \cos \alpha' = 0 \quad \text{〃 } \sin \beta'_n < 0$$

4. 消弧角の図式解析

(A) β'_1 を求める場合

$$1) \cos \alpha' = 0, \left[\alpha' = \frac{\pi}{2} \right] \text{のとき } \sin \beta'_1 = 0, \beta'_1 = \pi$$

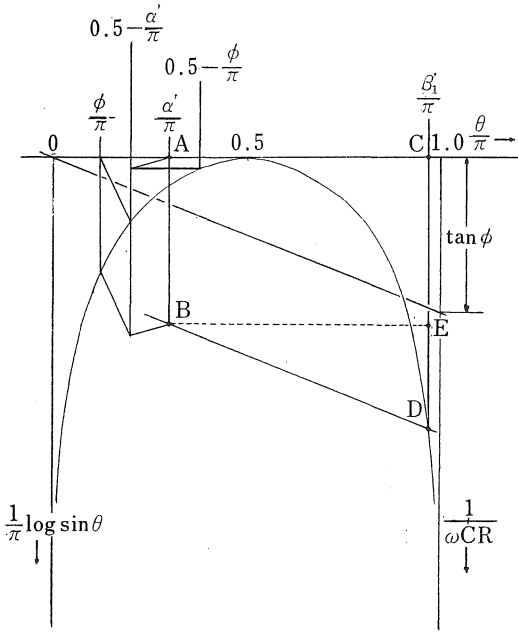
$$2) \cos \alpha' > 0 \text{のとき } \sin \beta'_1 > 0 \text{であるから} \\ \text{(8)式の両辺の対数をとれば}$$

$$\begin{aligned} \log \sin \beta'_1 - \left\{ \log \sin \phi + \log \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha' \right) \right. \\ \left. - \log \sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi \right) \right\} = -\tan \phi (\beta'_1 - \alpha') \end{aligned}$$

第3図~第13図では読取誤差を少くするために, $\frac{\theta}{\pi}$ と $\frac{1}{\pi} \log \sin \theta$ で目盛った.

第3図に示すように, \overline{AB} は前式の{ }内をあらわす. 従って B 点より直線 $y = (-\tan \phi)\theta + \pi$ に平行な線を引き曲線との交点 D より垂線をたてれば C 点が $\frac{\beta'_1}{\pi}$ を示す.

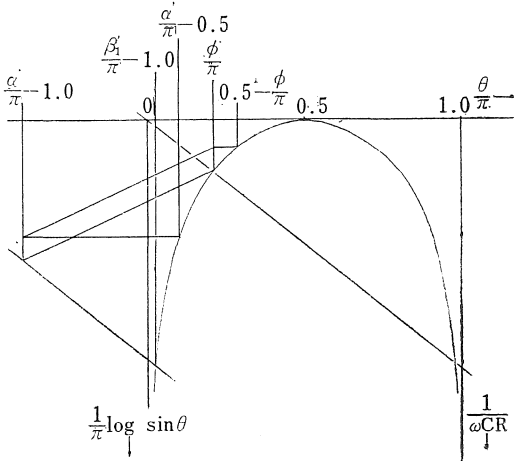
$$\left[\overline{BE} = \frac{1}{\pi} (\beta'_1 - \alpha'), \overline{ED} = \text{左辺} + \pi \right]$$



第3図 β'_1 を求める作図($\cos\alpha' > 0$)

- 3) $\cos\alpha' < 0$ のとき $\sin\beta'_1 < 0$ であるから(8)式の両辺に(-1)をかけて対数をとる

$$\begin{aligned} \log\sin(\beta'_1 - \pi) - \{\log\sin\phi + \log\sin(\alpha' - \frac{\pi}{2}) \\ - \log\sin(\frac{\pi}{2} - \phi)\} = -\tan\phi\{(\beta'_1 - \pi) - (\alpha' - \pi)\} \end{aligned}$$



第4図 β'_1 を求める作図($\cos\alpha' < 0$)

上式の関係は第4図のように示すことが出来、 $\frac{\beta'_1}{\pi} - 1.0$ より β'_1 を求められる。

- (B) β'_n を求める場合、

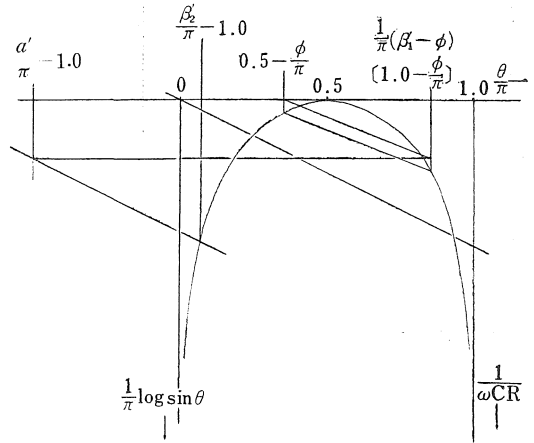
- 4) $\cos\alpha' = 0$, $[\alpha' = \frac{\pi}{2}]$ のとき (7)式は

$$\sin\beta'_n \cos\phi = -\sin(\beta'_{n-1} - \phi) \varepsilon^{-(\beta'_n - \alpha') \tan\phi}$$

消弧角 $(\beta'_{n-1} - \phi) < \pi \therefore \sin\beta'_n < 0$

上式の符号を変えて対数をとれば

$$\begin{aligned} \log\sin(\beta'_n - \pi) - \{\log\sin(\beta'_{n-1} - \phi) \\ - \log\sin(\frac{\pi}{2} - \phi)\} = -\tan\phi\{(\beta'_n - \pi) \\ - (\alpha' - \pi)\} = -\tan\phi\{(\beta'_n - \pi) - (\frac{-\pi}{2})\} \end{aligned}$$



第5図 β'_n を求める作図($\cos\alpha' = 0$)

第5図は一例として β'_2 を求める場合の作図を示したもので、上式の $(\beta'_{n-1} - \phi)$ は $(\pi - \phi)$ をとっている。第3波以降の消弧角は、この結果を用いて順次求めてゆくことが出来る。例えば第5図の $(1.0 - \frac{\phi}{\pi})$ の代りに $\frac{1}{\pi}(\beta'_2 - \phi)$ をとれば $(\frac{\beta'_3}{\pi} - 1.0)$ が求められる。

- 5) $\cos\alpha' > 0$ のとき ($\sin\beta'_1 > 0$)

- (i) $\sin\phi \cos\alpha' > \sin(\beta'_{n-1} - \phi)$ のとき

3. の項で述べたように $\sin\beta'_n > 0$ となるが、(9)式の両辺の対数をとっても作図が出来ないので、その右辺を積の形に直すために

$$\frac{\sin(\beta'_{n-1} - \phi)}{\sin\phi \cos\alpha'} = \cos^2 A_1 \text{とおく}$$

$$\frac{\sin\beta'_n}{\sin\beta'_1} = \left\{ 1 - \frac{\sin(\beta'_{n-1} - \phi)}{\sin\phi \cos\alpha'} \right\} \varepsilon^{-(\beta'_n - \beta'_1) \tan\phi}$$

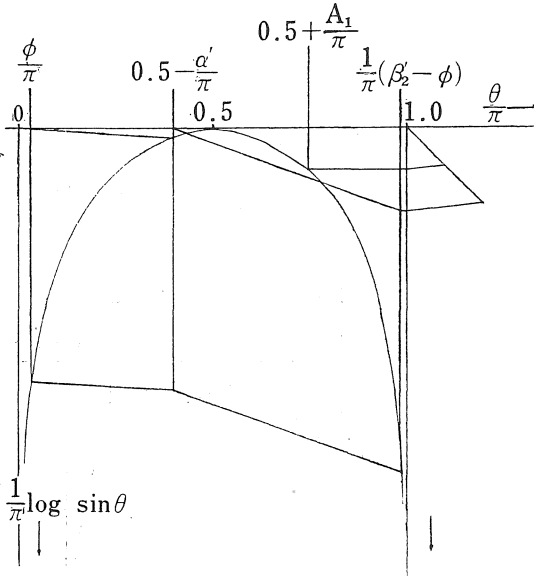
$$= \sin^2 A_1 \varepsilon^{-(\beta'_n - \beta'_1) \tan\phi}$$

$$\log\sin\beta'_n - (\log\sin\beta'_1 + 2\log\sin A_1)$$

$$= -\tan\phi(\beta'_n - \beta'_1)$$

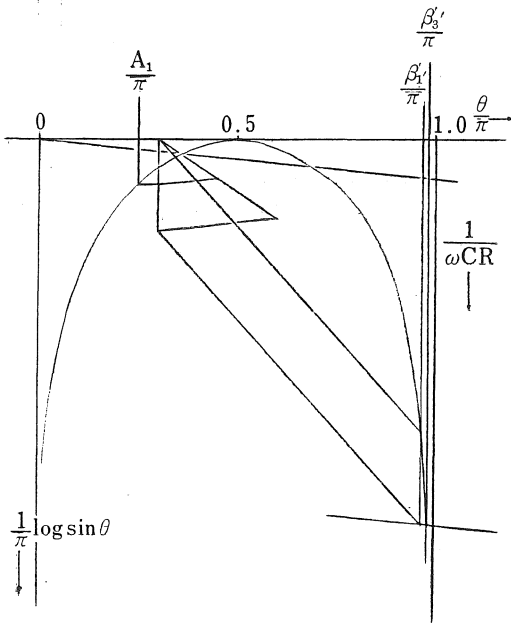
また、 A_1 は次式の関係から求める。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left\{ \log\sin(\beta'_{n-1} - \phi) - \log\sin\phi - \log\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha') \right\} \\ = \log\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm A_1\right) \end{aligned}$$



第6図 A_1 を求める作図

$$\left(\cos \alpha' > 0, \sin \phi \cos \alpha' > \sin(\beta'_{n-1} - \phi) \right) \text{その } 1$$



第7図 β'_n を求める作図

$$\left(\cos \alpha' > 0, \sin \phi \cos \alpha' > \sin(\beta'_{n-1} - \phi) \right) \text{その } 2$$

第6図のようにして $(0.5 + \frac{A_1}{\pi})$ を求め、これを第7図の $\frac{A_1}{\pi}$ に適用すれば、 $\frac{\beta'_1}{\pi}$ 、 $\frac{\beta'_2}{\pi}$ の値から $\frac{\beta'_3}{\pi}$ を求めることが出来る。 β'_1 、 β'_3 から β'_4 も求まる。以下同様である。

- (ii) $\sin \phi \cos \alpha' < \sin(\beta'_{n-1} - \phi)$ のとき $\sin \beta'_n < 0$ であるから (9)式を

$$\frac{-\sin \beta'_n}{\sin \beta'_1} = \left\{ \frac{\sin(\beta'_{n-1} - \phi)}{\sin \phi \cos \alpha'} - 1 \right\} \varepsilon^{-(\beta'_n - \beta'_1) \tan \phi} \text{ と}$$

$$\text{し } \frac{\sin(\beta'_{n-1} - \phi)}{\sin \phi \cos \alpha'} = \operatorname{cosec}^2 A_2 \text{ とおけば}$$

$$\frac{\sin(\beta'_{n-1} - \pi)}{\sin \beta'_1} = \cot^2 A_2 \varepsilon^{-\{(\beta'_n - \pi) - (\beta'_1 - \pi)\} \tan \phi}$$

つぎの2式より β'_n を求め得る。

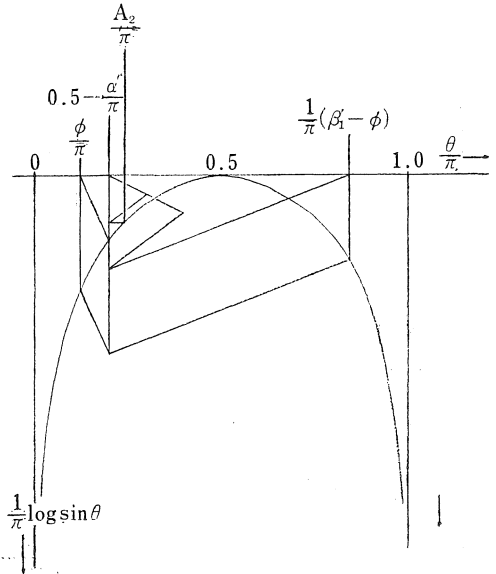
$$\frac{1}{2} \left\{ \log \sin \phi + \log \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha' \right) \right.$$

$$\left. - \log \sin(\beta'_{n-1} - \phi) \right\} = \log \sin A_2$$

$$\log \sin(\beta'_{n-1} - \pi) - \left\{ \log \sin \beta'_1 - 2 \log \sin A_2 \right.$$

$$\left. + 2 \log \sin \left(\frac{\pi}{2} - A_2 \right) \right\} = -\tan \phi \{ (\beta'_n - \pi) -$$

$$-(\beta'_1 - \pi) \}$$



第8図 A_2 を求める作図

$$\left(\cos \alpha' > 0, \sin \phi \cos \alpha' < \sin(\beta'_{n-1} - \phi) \right) \text{その } 1$$

第8図、第9図は β'_1 から β'_2 を求める場合の作図例である。

- 6) $\cos \alpha' < 0$ のとき $(\sin \beta'_1 < 0, \sin \beta'_n < 0)$

- (i) $-\sin \phi \cos \alpha' < \sin(\beta'_{n-1} - \phi)$ のとき

(9)式を

$$\frac{-\sin \beta'_n}{\sin \beta'_1} = \left\{ \frac{\sin(\beta'_{n-1} - \phi)}{-\cos \alpha' \sin \phi} + 1 \right\} \varepsilon^{-(\beta'_n - \beta'_1) \tan \phi}$$

とし

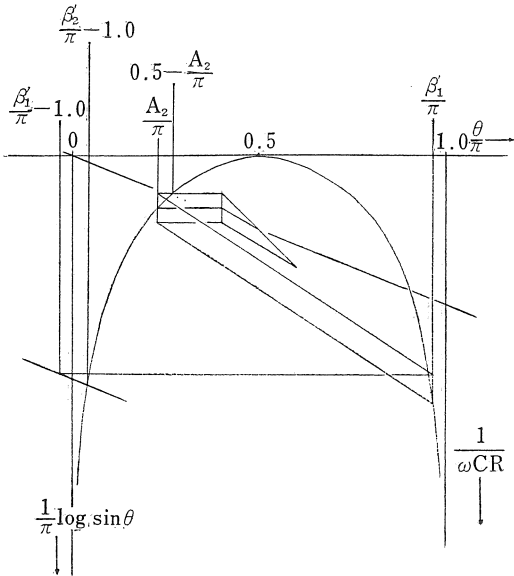
$$\frac{\sin(\beta'_{n-1} - \phi)}{-\cos \alpha' \sin \phi} = \sec A_3 \text{ とおけば}$$

$$\frac{\sin(\beta'_{n-1} - \pi)}{\sin(\beta'_1 - \pi)} = \cot \frac{A_3}{2} \tan A_3$$

$$\times \varepsilon^{-\{(\beta'_n - \pi) - (\beta'_1 - \pi)\} \tan \phi}$$

$$\therefore \log \sin \left(\alpha' - \frac{\pi}{2} \right) + \log \sin \phi - \log \sin(\beta'_{n-1} - \phi)$$

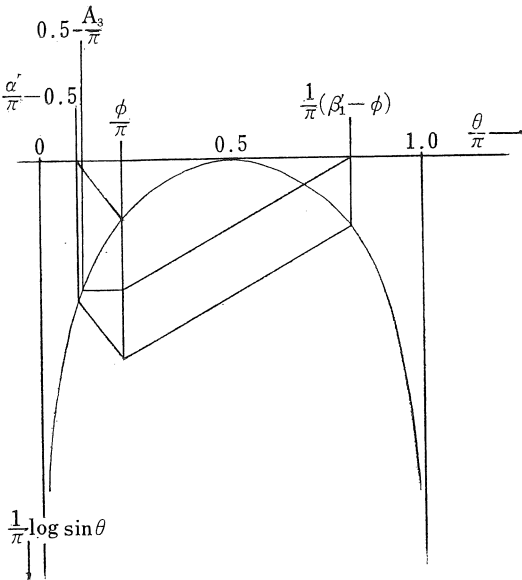
$$= \log \sin \left(\frac{\pi}{2} \pm A_3 \right)$$



第9図 β'_n を求める作図

$$(\cos\alpha' > 0, \sin\phi\cos\alpha' < \sin(\beta'_{n-1}-\phi))$$

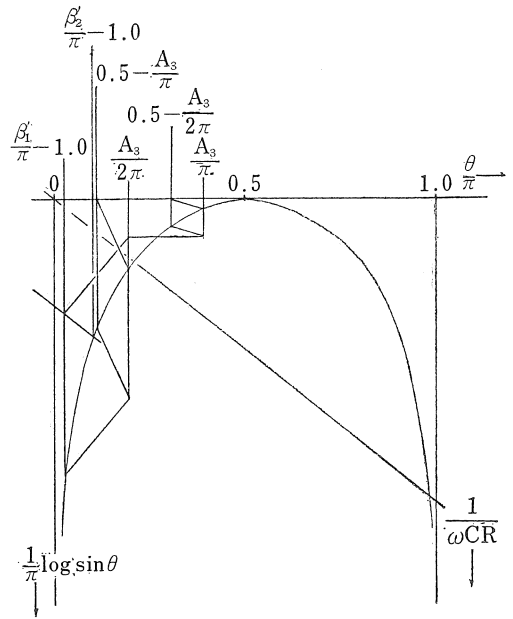
$$\begin{aligned} & \log\sin(\beta'_n-\pi) - \{\log\sin(\beta'_1-\pi) \\ & + \log\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{A_2}{2}) + \log\sin A_2 - \log\sin\frac{A_2}{2} \\ & - \log\sin(\frac{\pi}{2}-A_2)\} \\ & = -\tan\phi\{(\beta'_n-\pi) - (\beta'_1-\pi)\} \end{aligned}$$



第10図 A_3 を求める作図

$$(\cos\alpha' < 0, -\sin\phi\cos\alpha' < \sin(\beta'_{n-1}-\phi))$$

第10図, 第11図は β'_1 から β'_2 を求める場合の作図例である。



第11図 β'_n を求める作図

$$(\cos\alpha' < 0, -\sin\phi\cos\alpha' < \sin(\beta'_{n-1}-\phi))$$

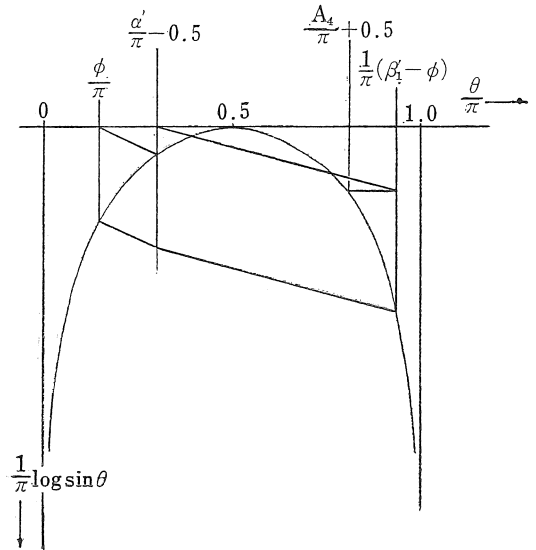
(ii) $-\sin\phi\cos\alpha' > \sin(\beta'_{n-1}-\phi)$ のとき

前と同様にして

$$\frac{\sin(\beta'_{n-1}-\phi)}{-\cos\alpha'\sin\phi} = \cos A_4 \quad \text{とおけば(9)式は}$$

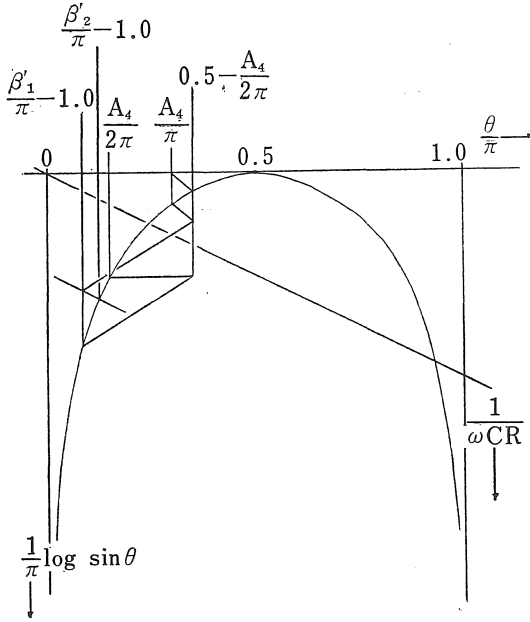
$$\frac{\sin(\beta'_n-\pi)}{\sin(\beta'_1-\pi)} = \cot\frac{A_4}{2}\sin A_4$$

$$\times \varepsilon^{-\{(\beta'_n-\pi) - (\beta'_1-\pi)\}\tan\phi} \quad \text{となる.}$$



第12図 A_4 を求める作図

$$(\cos\alpha' < 0, -\sin\phi\cos\alpha' > \sin(\beta'_{n-1}-\phi))$$



第13図 β'_n を求める作図

$$\left(\cos \alpha' < 0, -\sin \phi \cos \alpha' > \sin(\beta'_{n-1} - \phi) \right) \text{ その } 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \log \sin(\beta'_{n-1} - \phi) - \log \sin\left(\alpha' - \frac{\pi}{2}\right) - \log \sin \phi \\ = \log \sin\left(\frac{\pi}{2} \pm A_4\right) \\ \log \sin(\beta'_n - \pi) - \{\log \sin(\beta'_1 - \pi) \\ + \log \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A_4}{2}\right) + \log \sin A_4 - \log \sin \frac{A_4}{2}\} \\ = -\tan \phi \{(\beta'_n - \pi) - (\beta'_1 - \pi)\} \end{aligned}$$

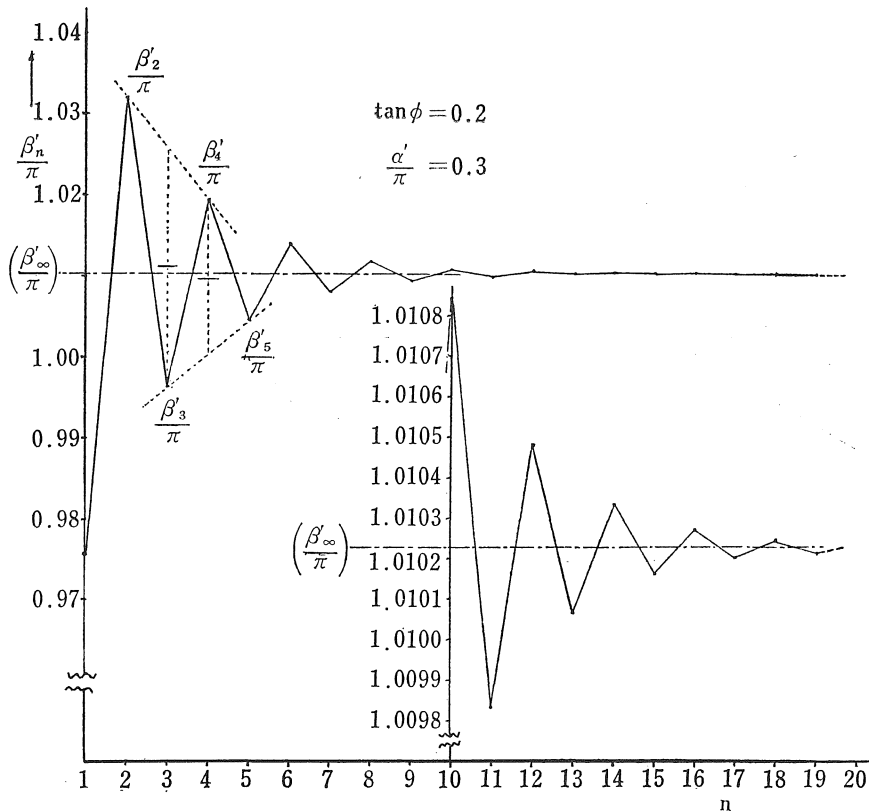
第12図, 第13図は β'_1 から β'_2 を求める場合の作図例である。

5. 消弧角の変化について

先に述べたように消弧角はCに残る電荷のために半波毎にその値を異にし, 増減をくり返ししながら一定値(β_∞)に収束してゆく。

第14図は $\tan \phi = 0.2, \alpha' = 0.3$ の場合の $\frac{\beta'_n}{\pi}$ の変化を示すもので, $\frac{\beta'_{10}}{\pi}$ 以降は拡大してあらわした。この例からも β_n の収束がよく解る。またこの場合は $\frac{\beta'_1}{\pi}, \frac{\beta'_3}{\pi}$ のみが1より小さく ($\sin \beta'_1 > 0, \sin \beta'_3 > 0$)なる。

第1表は電算機による計算結果より求めたものであるが, $\beta'_n \sim \beta'_{n-1}$ が 1×10^{-4} 以下になる最初の n を表わす。



第14図 β'_n の変化

これ以後の半波では大体 β_n が一定になることを示している。

第1表 () 内の数字は $\sin\beta'_n > 0$ となる n である。

$\frac{\alpha'}{\pi} \backslash \tan\phi$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	(1,3,...13) 28	(1,3,5,7) 16	(1,3) 11	(1,3) 9	(1,3) 8	(1) 7	(1) 6	(1) 6	(1) 5	(1) 5
0.2	(1,3,...9) 31	(1,3,5) 17	(1,3) 12	(1) 10	(1) 8	(1) 7	(1) 7	(1) 6	(1) 6	(1) 5
0.3	(1,3,5) 34	(1,3) 19	(1) 14	(1) 11	(1) 9	(1) 8	(1) 7	(1) 7	(1) 6	(1) 6
0.4	(1,3) 39	(1) 22	(1) 15	(1) 12	(1) 10	(1) 9	(1) 8	(1) 7	(1) 7	(1) 6
0.5	44	24	17	14	11	10	9	8	7	7
0.6	51	28	20	15	13	11	10	9	8	8
0.7	62	33	23	18	15	12	11	10	9	8
0.8	78	42	28	21	17	15	13	11	10	9
0.9	109	56	37	27	21	18	15	13	12	11

6. β_∞ の近似計算

第14図のような β'_n の変化から推察し、 $\beta'_2, \beta'_3, \beta'_4, \beta'_5$ の値から β'_∞ の近似計算をすることが出来る。第14図において $\frac{\beta'_2}{\pi}$ と $\frac{\beta'_4}{\pi}$ の平均値と $\frac{\beta'_3}{\pi}$ とを平均すれば $\frac{\beta'_\infty}{\pi}$ より大きいやや近い値 ($\frac{\beta'_a}{\pi}$) が得られる。また $\frac{\beta'_3}{\pi}$ と $\frac{\beta'_5}{\pi}$ の平均値と $\frac{\beta'_4}{\pi}$ とを平均すれば、逆に $\frac{\beta'_\infty}{\pi}$ より小さいやや近い値 ($\frac{\beta'_b}{\pi}$) が得られる。

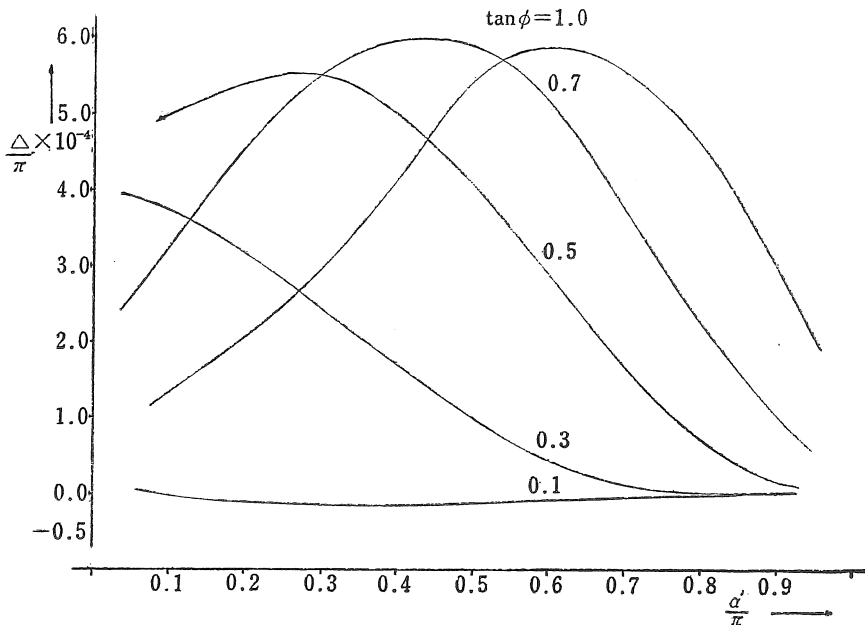
つぎに、 $\frac{\beta'_a}{\pi}$ と $\frac{\beta'_b}{\pi}$ との平均値について、 $\frac{\beta'_\infty}{\pi}$ との差を各種の場合について考察してみた。

$$\frac{\beta'_\infty}{\pi} = \frac{1}{2\pi} \{ \beta'_n + \frac{1}{2} (\beta'_{n-1} + \beta'_{n+1}) \},$$

$$\beta'_n \sim \beta'_{n+1} < 10^{-4} \text{ と仮定し、近似値との誤差 } \Delta \text{ を、}$$

$$\frac{\Delta}{\pi} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\beta'_2 + \beta'_4}{2} + \beta'_3 \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\beta'_3 + \beta'_5}{2} + \beta'_4 \right) \right\}$$

$$- \frac{\beta'_\infty}{\pi} = \frac{1}{8\pi} \{ 3(\beta'_2 + \beta'_4) + \beta'_2 + \beta'_5 \} - \frac{\beta'_\infty}{\pi} \text{ とする。}$$

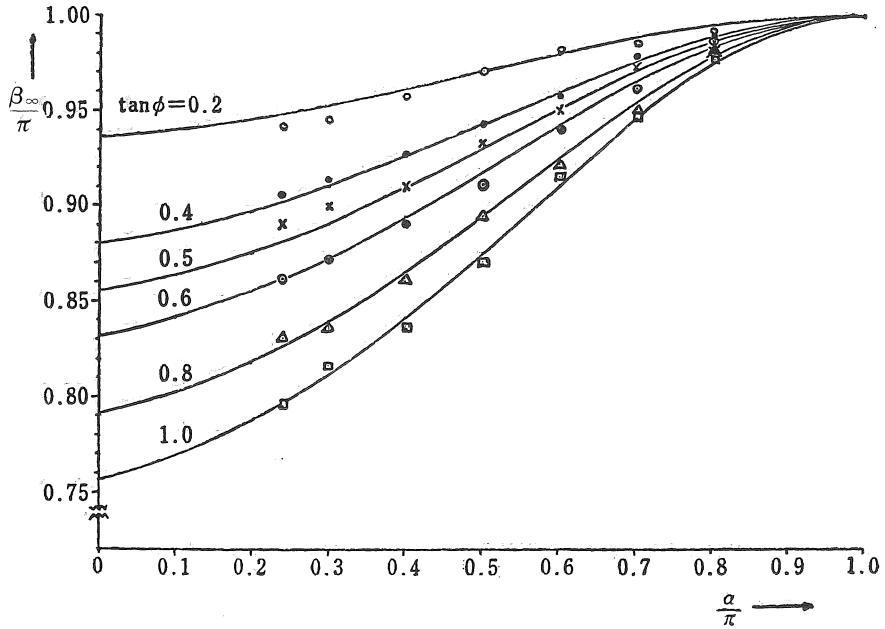


第15図 β'_∞ 近似計算の誤差

第15図は各種の場合における $\frac{\Delta}{\pi}$ の値を示すものである。これから Δ は $6\pi \times 10^{-4}$ 以下になると推察出来るか

ら、近似計算の方法として充分満足し得る。

7. 実測値との比較



第16図 実測値との比較

第16図に、前述の近似計算で求めた $\frac{\beta_{\infty} - \beta'_{\infty} - \phi}{\pi}$ と実測値との比較を示した。実線は計算結果を表わしている。

電流の瞬時値、等も図表で求められるが次の機会に述べたい。

最後に、計算に御協力願った一柳勝宏氏に御礼申上げる。

8. む す び

先にRL回路の解析について報告を行ったが、今回報告したRC回路はR、Lのように簡単でないので図式解析しても効果が少ないようである。しかしこれを基礎として、設計、その他にも役立つことは可能である。又、

【文 献】

加納	1967	愛工大研究報告	Vol. 3
加納	昭43	東海支連大	9a B5
加納	1968	愛工大研究報告	Vol. 4
加納	昭44	東海支連大	3a A1