

手作り「ヤジロベエ」の教育的活用

Educational use of handmade balance toy

森千鶴夫 †
Chizuo MORI

Abstract Balance toy is easily made by anyone and is sometimes used for the explanation of moment of force in mechanics. It is applicable in various educational fields, not only in mechanics but also in magnetics such as azimuth magnet, measurement tools of magnetic field and magnetic pole strength, and in frictional electricity. Some educational experiences of the author in using handmade balance toy are described.

1. はじめに

ヤジロベエは日本の伝統的な玩具であるが(図1)¹⁾、左右に伸びた手とその先についている重りでバランスをとり、釣合人形ともいう。全体の重心が支点よりも下にあるため、安定的に立つことができる。支点よりも下にある重心の距離が支点から離れるほどより安定になり、逆に重心と支点が一致すると安定限界となって、ヤジロベエは立てなくなる(系の不安定化)。力のモーメントの釣り合いという力学の基本を、シンプルな形状の上を実現しているため、学校教育などで力学の基本モデルとして利用されることがある。

筆者は電気工学関連学科以外の学科の学生に対する電気工学概論を担当しているが、教壇でデモンストレーション実験を行うことがある。そのうちの一つがここに述べるヤジロベエである。最初は磁極、磁界、磁力線などの説明において、地球磁界に言及しながら、手作りした磁針で実験して説明していたが、磁針以外にもコイルによる磁界の発生、摩擦静電気などの実験にも利用するようになった。何しろ実験道具は支柱と針金などがあればよいので持ち運びが容易で、どこでも実験できる。これらについての筆者の経験と考察を述べる。

2. 磁針の手作り

2・1 ヤジロベエの手作り



図1 ヤジロベエの玩具

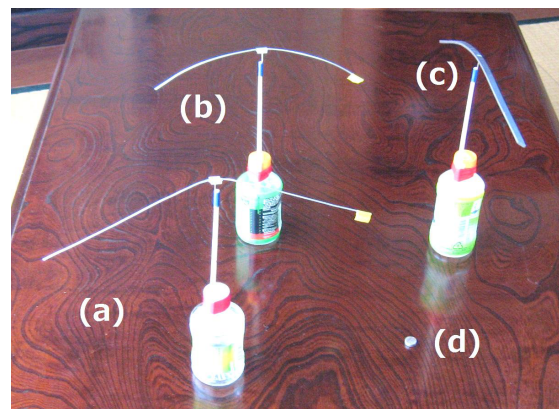


図2 いろんな手作りヤジロベエ。(a)および(b)は針金磁針で、黄色いテープのある先端にネオジウム磁石(d)のS極を摩擦し、反対側の先端にN極を摩擦した磁針で黄色い部分はN極になっているので北を向いている。(c)はマグネットバーで、バーそのものは東西を向いている。

†愛知工業大学工学部電気学科 客員教授

デモンストレーション用なので、教室の後方からもよく見えるように磁針の長さは30~40 [cm] 程度の大きさにする。材料は鉄の針金 (直径 2[mm]、長さ 5[m]で ¥220) である。支点の摩擦を極力小さくする必要があるので、図2に示すように縫い針の先端で磁針を支えるようにした。支柱は、割りばしの先端に縫い針をセロテープないしビニールテープで貼り付け、重しのために水を少し中に入れたペットボトルやコーヒーの空き缶などに割りばしを張り付ければ完成である。磁針の中央の支点の部分に固いプラスチックなどをアラルダイトで付けたリ、テープで貼り付けたりして針の先端に乗っかるようにする。プラスチックの中央に千枚通しなどで少しくぼみを作っておくと乗せやすい。腕の形は図2の(a)のように逆V字型や(b)のように円の一部の弧とした。これらの形と安定性について次節で述べる。

2・2 ヤジロベエの形と安定性

先ずヤジロベエの安定性に関する簡単な考察を行う。これは力学の重心やモーメントの説明に役立つ。

2.2.1 両端に重りがある場合

図3(a)に示すように、長さLの腕の両端にそれぞれ質量mの重りがあり、腕木に質量が無い場合を考える。ヤジロベエが平衡を保っている時の両方の重りの重心のy方向の位置は支柱に沿っていて、 $L\sin\theta$ である。ヤジロベエが平衡からずれて、この重心の位置が垂直軸(y軸)から角度 Φ だけずれた場合には、重心にかかる力のモーメントM(角度 Φ をゼロに戻す力、回転力)は、 $M=2mgL\sin\theta\sin\Phi$ である。重心の位置が低いほど、即ち $L\sin\theta$ が大きいほど、また、重りmが重いほど、元の位置に戻す力(回転力M)は大きくて安定である。しかし、MはmやLの大きさに関係して「安定性」を示す指標としては適切でないと思われる。

安定性を表す指標として、無次元化された指標を考える。そこで、二つの重りに働くそれぞれのモーメントの絶対値の和 $M_0=2mgL\cos\theta$ に対する比とすれば、この値は $\sin\theta\sin\Phi/\cos\theta$ となる。 $\sin\Phi$ はずれの大きさであるから、安定性を示す定数Sとして、 $S=\sin\theta/\cos\theta=\tan\theta$ を得る。このSは実は、重心のy方向の位置 $L\sin\theta$ に対する一方の錘の重心のx方向の位置 $L\cos\theta$ の比であり、究極的には重りの方向の角度 θ のみで決まる定数である。即ち $\theta=0$ の時には $S=0$ となり重心の位置は支点の位置となり、安定を保つことはできない。 $\theta=\pi/2$ の時には、 $S\rightarrow\infty$ となり、極めて安定である。重心の位置が支点よりも低いほど安定である、という言い方は絶対値で表現した言い方なので、上記

のSのように無次元化した指標のほうが異なる大きさや形状のものを比較する場合には妥当であると思われる。この場合の角度 θ と安定度Sの関係を図4の実線で示す。

2.2.2 重りがなく質量のある腕木のみの場合

図2(a)に示すように、針金の腕木のみで重りが無い場合には、重心の位置は $(L/2)\sin\theta$ であるから、針金の単位長さ当たりの質量をmとすれば、重心が角度 Φ だ

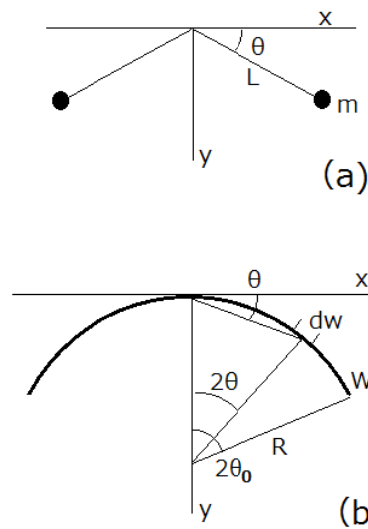


図3 (a)は腕木Lに質量がなく、両端に質量 m の重りがある仮想的なヤジロベエ、(b)は円弧の一部の形をした腕木で、腕木に質量があるヤジロベエ

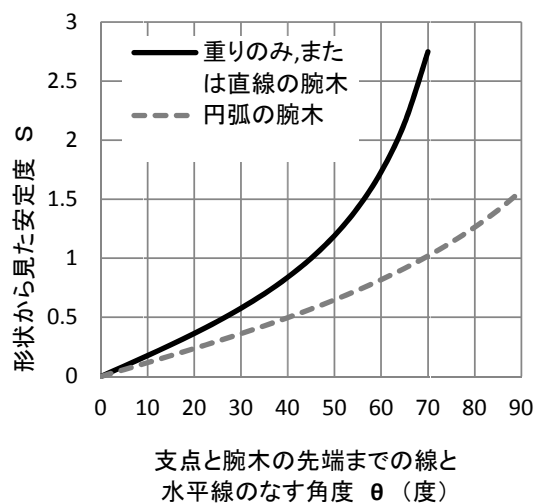


図4 腕木の形状と安定性の関係

けずれることによるモーメントは $M=mL^2g\sin\theta\sin\Phi$ である。一方、腕木に働くモーメント（回転力）の絶対値の和は、 $M_0=mL^2g\cos\theta$ である。従って、 $M/M_0=\tan\theta\sin\Phi$ となり、安定性を示す指標 S は 2.2.1 の場合と同じで、 $S=\tan\theta$ になる。

2.2.3 曲線の腕木のみの場合

図3(b)に示すように、腕木としての針金を半径 R の円の弧の一部のように曲げた場合にはどうであろうか。実は筆者は当初、このような円弧のほうが何となく優雅に思えてこのような形にしていた。事実、このような形のヤジロベエが販売されている。この場合には、針金の微小長さ dw の y 方向の重心の位置は $y=R\{1-\cos(2\theta)\}$ であり、針金の全長 W は $W=2\theta R$ であるから、 $dw=2Rd\theta$ である。従って針金の y 方向の重心の位置 Y は

$$Y = \frac{1}{W} \int_0^W y dw = R \left\{ 1 - \frac{\sin(2\theta_0)}{2\theta_0} \right\}$$

重心が角度 Φ だけずれた時に重心に働くモーメントは

$$M = 4mgR^2\theta_0 \left\{ 1 - \frac{\sin(2\theta_0)}{2\theta_0} \right\} \sin\Phi$$

である。

一方、左右の針金に働くモーメントの絶対値の和 M_0 は

$$M_0 = \int_0^W 2mdwgR\sin(2\theta) = 2mgR^2\{1 - \cos(2\theta_0)\}$$

従って、 $S = \frac{2\theta_0 - \sin(2\theta_0)}{1 - \cos(2\theta_0)}$ を得る。この関係を図4に点

線で示す。

このように腕木が上に凸の円弧の場合（図2(b)の場合）には、 y 方向の重心が腕木の先端の y 方向の位置の $1/2$ よりも上に来るので、2.2.2 の場合（図2(a)の場合）のように腕木が直線の場合よりも不安定となる。 θ がゼロに近づけば当然のことではあるが、直線の腕木の場合と円弧の腕木の場合の安定度 S はほぼ等しくなり、ともにゼロに近づく。

このような考察から、図1のおもちゃのように腕木にも質量がある場合で、腕木が下に凸の形状をしている場合には、図3(a)のように腕木が直線の場合や図3(b)のように上に凸の形状をしている場合よりも重心が下に来るのでより安定であることが分かる。市販のヤジロベエは、経験上かも知れないが極めて妥当な設計であり、感心させられる。もっとも、そうでもない腕木もあるが、それらは美的感覚から設計されたものであろう。

3. 磁針としての動き

3.1 磁針の向き

図2の(a)および(b)の針金磁針の一方の端に黄色のテープを付けている。この端には市販のネオジウム磁石(d)のS極を付け、他の端にはN極を付けたので、黄色の端はN極になっている。従って、黄色は地球の磁極のS極である北を指し、これらの磁針の向きは南北を示している。なお図2には使用した小さな円形のネオジウム磁石を下に置いているが、この磁石の磁界の範囲は狭く、磁針が南北を指すことへの影響はない。

図2の(c)のヤジロベエは、紙などを白板に止めて置く磁石の棒でマグネットバーとも呼ばれる。この棒を乗せたところ、棒の向きは磁針とは異なり東西を示した。最初は少し戸惑ったが、これは当然のことなのである。即ち、図5の(a)に示すように、棒の長い方向の端にN極やS極はなく、(b)に示すように、棒の幅の方向にN極とS極がある。従って針金の磁針と同じ

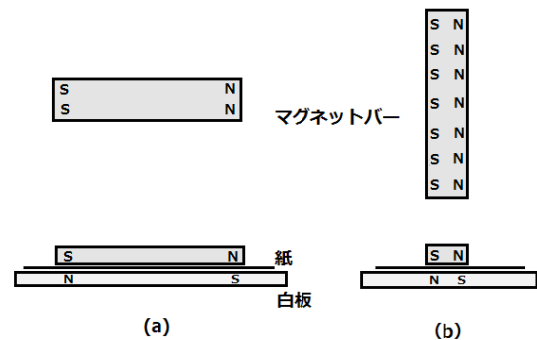


図5 マグネットバーにおけるN極、S極は(b)のように配置されている。

ようにNは北を向き、Sは南を向いている。もし(a)のようにマグネットバーの棒の長い方向の端にN極やS極を付ければ、紙を白板に固定する力は、(a)の下図に示すように棒の両端にだけしかなく弱い。バーの幅の方向にN極とS極があれば、(b)の下図に示すようにバーのどの場所でも紙を白板に固定する力が働く。

地磁気は場所によって異なる。愛知県近辺の偏角は約6.5度、伏角は約48度、水平分力は $3.07 \times 10^{-5} [T]$ ²⁾ である。しかし、地形や地中の岩石の成分によって異なる。特に、鉄筋コンクリートや鉄骨の建屋の場合には、磁力線はこれらの鉄材の中を通りやすいので、地磁気の様子は、上述の場合とはやや異なる。しかし、教室で南北を示すデモンストレーション実験をする場

合には、鉄骨材などのよほど近くで実験をしない限り支障はない。

地磁気の伏角を手作りヤジロベエで示すことを試みたが、何しろ地磁気が弱いこと、磁針の磁極が弱いことのためであろうか、今のところ成功していない。市販の伏角測定器は多分強い磁極を持ち、回転モーメントが極めて小さいのであろう。余談ではあるが、第 2 次大戦中に、飛行機でオーストラリアのシドニーを攻撃する目的で、南半球へ行ったところ、伏角が反対のために磁針がうまく動かないことを知り、急遽作り変えたとの話がある。

3・2 磁針の振動

3.2.1 磁針の磁極の強さの測定

図 2 の(a)の磁針は、図 6 の(a)のように水平方向(東西)に振動を繰り返しながら、南北を向く。振動の周期 T_0 は、振れが小さい場合には次式で表される³⁾。

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{M_0 H_0}} \quad [\text{s}]$$

ここで、 I は磁針の慣性モーメントで、磁針が長さ L (この場合には $L=L\cos\theta$ である)、質量 D の棒の場合には次式で示される⁴⁾。

$$I = \frac{1}{12} DL^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

M_0 は棒磁石の磁気双極子モーメントで、 n は磁極の強さ $[\text{Wb}]$ である。

$$M_0 = L'n \quad [\text{Wb} \cdot \text{m}]$$

直径 2[mm]、長さ $L=40[\text{cm}]$ の鉄線の場合には、 $D=9.33 \times 10^{-3}[\text{kg}]$ 、 $\theta=15$ 度の場合には、 $I=1.16 \times 10^{-4}[\text{kg} \cdot$

$\text{m}^2]$ である。 H_0 は今の場合には地球磁界の水平成分であるが、磁束密度の水平成分 B_0 は愛知県近辺では $3.07 \times 10^{-5}[\text{T}$ 、テスラ]²⁾ なので、 $B_0 = \mu_0 H_0$ より、 H_0 は $24.4[\text{AT/m}]$ になる。ただし μ_0 は真空透磁率で $4\pi \times 10^{-7}[\text{H/m}]$ である。単位の AT はアンペアターンである。振動の周期を測定したところ、 $T_0=28[\text{s}]$ であったので、磁極の強さ $n=6.2 \times 10^{-7}[\text{Wb}]$ を得る。この磁極から 5[cm] の距離における磁束密度 B は $B=n/\{4\pi(0.05)^2\}$ で概算すれば、約 $2 \times 10^{-5}[\text{T}]$ を得る。これは地球磁界の磁束密度の水平成分の約 2/3 程度であり、ネオジウム永久磁石をくっつけて針金を磁化するとと言ってもその強さは大きくない。

3.2.2 未知の磁界の測定

今、この磁針の一端から 5 [cm] の距離に、図 6 (b) に示すようにネオジウム磁石の S 極を近付けて、水平方向の振動の周期を測ってみると、約 5 [s] であった。ネオジウム磁石から 5 [cm] の距離における磁界の強さを $H'[\text{AT/m}]$ とすれば、この磁石による磁界は磁針の他の一端には及んでいないと思われるので、次式から、 H' を求めることができる。結果は約 1500[AT/m] になり、約 $1.9 \times 10^{-3} [\text{T}]$ を得る。

$$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I}{M_0(H_0 + \frac{H'}{2})}} \quad [\text{s}]$$

この値は、地球磁界の磁束密度の水平成分の約 62 倍の強さである。ネオジウム磁石の表面では恐らく 1[T] 程度になっていると思われる。このようにして、未知の磁界の強さを、地球磁界の強さを基準にして測ることができる。

4. コイルによる磁界の発生

塩ビのパイプにエナメル銅線を 300 回巻いたコイルに単一乾電池を一個接続して磁界を発生させる。無限長ソレノイドの場合に発生する磁束密度 B は次式で表される⁵⁾。

$$B = \mu_0 n I \quad [\text{T}]$$

μ_0 は真空透磁率、 n は単位長さ当たりの巻き数、 I は電流である。いま銅線を 300 回、3.5 [cm] の長さにならって巻き、巻線の抵抗は 4.5 [Ω] であったので、1.5 [V] の電池に接続した場合には $B=3.7 \times 10^{-3} [\text{T}]$ が得られる。コイルが無限長ではないこと、コイルの先端から 5 [cm] 離れていること、実際の磁束密度は 1 桁以上小さいであろう。すると地球磁場の磁束密度の水

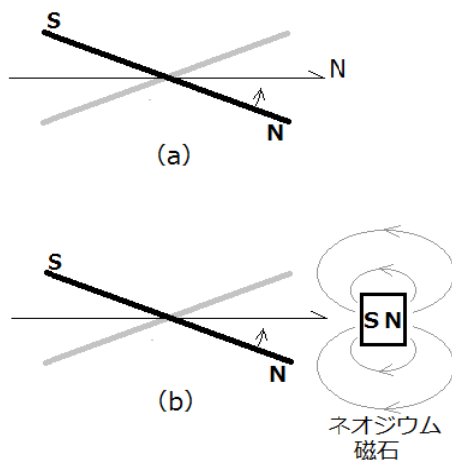


図 6 (a)地球の磁界をもとにした磁針の磁極の強さの測定、および(b)ネオジウム磁石の磁界の測定。

辺成分 3.07×10^5 [T]よりも1桁ほど大きな値になる。実際に電池をつなぐと、磁針の先端は離れていったり、逆の方向に電流を流せば引き寄せられたりする。その動きの速さは、地球磁場で振動している速さよりもか

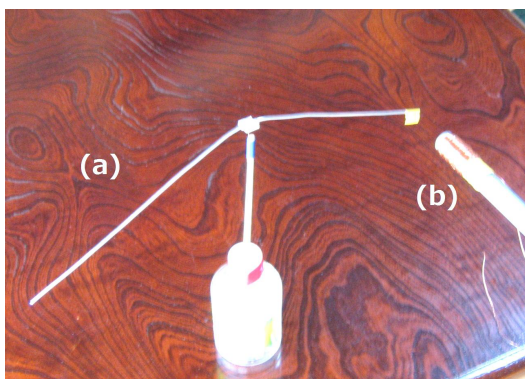


図7 コイル(b)に電流を流し、磁界を発生させて磁針を動かす。

なり速いので、上記の考察は妥当であると思われる。

鉄心の有無による相違を見ようとしたが、ミューメタルのような鉄でない限り、身の回りにはほとんど全ての鉄は若干とも磁化していて、コイルによる磁化との区別がやや困難であった。

5. 静電気実験

図2の(a)や(b)の針金の場合や、あるいは図8の(a)のアルミニウムのクッキングフォイルを折りたたんだ場合のような金属の場合を考える。いま、例えば塩化ビニールのパイプを布で擦って静電気を生じさせ（この場合には負の電荷がパイプに生じる）、図8の(a)のヤジロベエの先端Aに近づけると、箔検電器の場合と同様に、金属は電気がよく流れるので、金属中の電子はヤジロベエの他の端Bの方に移動し、Aには正の電荷が残る。従って先端Aが塩ビのパイプの負の電荷に引き寄せられる。

それでは、図8の(b)のように、紙を折り重ねてヤジロベエにしている場合にはどうであろうか？ 学生達に聞くとほとんどは「動かない」と答える。実際は驚くほど強く引き付けられる。絶縁体である紙の中を電子が他の端の方に動くことはないはずであるが・・・？ ここで、原子分極や分子分極の話をするれば効果的である。コンデンサーの誘電体はこの効果によって電界強度を著しく下げている。原子や分子は電界の中に置かれると、外殻の電子がわずかではあるが移動して、原

子核の位置と外殻の電子の平均的な中央の位置とがずれて、負の電荷をA端に近づけた場合には、A端に正の電荷が現れ、B端に負の電荷が現れることになる。従って引き寄せられるのである。チタン酸バリウムのように、結晶格子の中のイオンがずれる場合もある。このような場合には誘電率は極めて大きくなる。

このように見えてくると、摩擦した塩ビのパイプを近

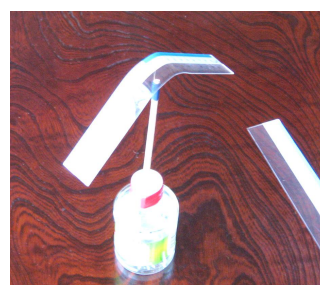
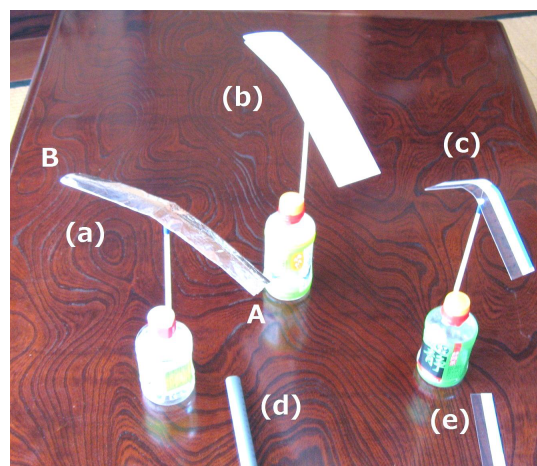


図8 (a)アルミニウムのクッキングフォイル、(b)折りたたんだ紙、(c)プラスチック定規、(d)塩ビのパイプ、(e)(c)と同種のプラスチック定規

付けると、どんな場合においても、近付けられた方のA端は引き寄せられるか、と言うとそうでもない。図8の(c)はプラスチックの定規をコンロの火で少しあぶって曲げたヤジロベエであるが、これを布で擦って針の先端に乗せる。同種のプラスチック定規を同じ布で擦って近づけると、勢いよく逃げて行く。これは同種の摩擦電荷が発生しているからである。プラスチック定規のヤジロベエの場合には、塩ビのパイプを布で摩擦して近づけても同様に逃げて行く。

しかし、塩ビのパイプと摩擦したプラスチック定規を近づけると驚いたことに近づいてくる。この塩ビのパイプを近づけると逃げてゆく。これは、塩ビの中の塩素は第7族で、他の元素から電子を取る力が非常に強い。即ち最外殻の電子の電離電圧が大きい。したが

って、塩ビのパイプと摩擦したプラスチックは正に帯電し、塩ビパイプは相変わらず負に帯電したためであろう。従って、負に帯電しているヤジロベエは、塩ビのパイプと摩擦したプラスチック（正に帯電している）には引き寄せられ、塩ビのパイプ（負に帯電している）には反撥するのである。

異種の物質を擦り合わせることによる摩擦電気の発生は、電子の仕事関数の大小による。仕事関数は、物質表面から電子を空間に引き出すのに必要なエネルギーで、最外殻の電子の結合エネルギーにほぼ等しい。異種の物質を擦り合わせると、異種の物質間を電子が移動するのを妨げている障壁が低くなり、かつ薄くなるので、トンネル効果が起きやすくなる。そして、仕事関数の小さな物質から大きな物質へ電子が移動する。

摩擦電気をヤジロベエで調べるような簡単な実験でもいろんな知見が得られる。しかし、摩擦電気は複雑で、塩ビのパイプとプラスチックとの摩擦でも、しっかりと摩擦しないと、上述の現象とは異なる現象になることがある。プラスチック定規の種類が異なるだけでも現象は異なって現れる。冬季にはたとえば筆者のような年寄りの指を近付けただけでも、プラスチックのヤジロベエは動く。多分、指の表面の電荷によるのであろうが、老人は指に滲みだす汗などが少なく、電荷がたまりやすいのであろうと思われる。

塩素の第一イオン化電圧および電気陰性度（仕事関数にほぼ対応する）はそれぞれ 12.967[eV] および 3.0 であり、フッ素のそれぞれは、17.423 [eV] および 4.0 である⁶⁾。したがって、塩ビのパイプとフッ素化合物を擦り合わせると今度は塩ビの電子がフッ素化合物に取られて、塩ビが正に帯電し、その塩ビをプラスチックのヤジロベエに近づけると、ヤジロベエ（負に帯電している）は引き寄せられるのではないかと思った。フッ素樹脂加工と書かれたフライパンを買ってきて、その内側と塩ビのパイプを水に浸けて静電気を取り去り（これが重要である）、フライパンの底に塩ビのパイプを何度も擦り合わせて近付けてみた。ゆっくりとではあるが近付いてくる。IH 対応マーブル加工と書かれたフライパンの場合にも、ゆっくりと近付いてくる。塩ビのパイプから電子がフライパンに移動し、塩ビのパイプが正に帯電したためであろう。フライパンの外側のペイントらしき所と擦り合せた塩ビパイプや外側の底の金属部分と擦り合せた塩ビパイプを近づけると

逃げて行く。再び内側の底に擦り合せて近づけると引き寄せられてくる。これはなかなか面白い実験で、まさに材料の摩擦電気系列や電気陰性度を調べてことになる。このような実験を詳細に繰り返せば、何か新しい知見が得られるかもしれない。それほど針で支えたヤジロベエは敏感なのである。

6. まとめ

電気工学概論の講義において行なっているデモンストラーション実験の一つとしてのヤジロベエの活用について述べた。

玩具のヤジロベエは力のモーメント（回転力、トルク）の説明に際して、用いられることが多い。しかし、針金でヤジロベエを作れば磁針になり、磁極の強さや未知の磁界の強さを推定することができる。また、コイルによる磁界の発生の検出器にもなる。アルミニウムや紙などの他の材料でヤジロベエを作れば、摩擦静電気の発生やその作用の説明にも有用である。摩擦電気系列をかなり詳細に調べることもできる。

本稿ではヤジロベエの安定性や、磁界に関する数式的な説明も加えたが、やはり、実験によって現象の定性的な説明に用いるのが本筋で効果的である。

なお、針を支柱にしているので、危険のないように取り扱いに注意する必要がある。

謝辞

電気工学関連学科以外の学科の学生に対して電気工学概論を講義する機会を与えられたことが、このような工夫につながった。電気学科を含む関係学科の先生方に深く感謝申し上げます。

文献

- 1) インターネット www.RAKUTEN.co.jp
- 2) 国立天文台編、理科年表（机上版）（2002）p 790
- 3) 大浦宣徳・関根松夫、「電気・電子計測」、昭晃堂（2005）p 151
- 4) 大槻義彦、物理 I（改訂版）、学術図書出版社（1990）p 58
- 5) 電気学会編、電気磁気学（第二次改訂版）オーム社（1994）p 182
- 6) 国立天文台編、理科年表（机上版）（2002）p 384

（受理 平成 25 年 3 月 19 日）