

## WIMの構築アルゴリズムにおける発育学的検証

－ 第4報 線形補間との比較論議 －

### A Verification of Constructive Algorithm of Wavelet Interpolation Method in Growth Study - Comparison with linear interpolation in biological meaning -

藤井 勝 紀  
Katsunori Fujii

**ABSTRACT** A linear interpolation has been utilized as line chart in the case of describing the growth curve. However, the linear interpolation has not been compared with the mathematical fitting function in meaning of growth and development study. This paper is tried to verify the constructive algorithm of the WIM by comparison between the WIM and a linear interpolation in biological meaning. In comparison between the WIM and a linear interpolation, cubic and the fourth polynomial are applied as standard for the comparison because a criterion of the comparison is not established. The WIM and a linear interpolation were fitted to the both polynomials, and the WIM showed small value in residual sum of square. The advantages of the WIM are derived from the discussion regarding the comparison.

#### 緒 言

発育・発達現象に対してウェーブレット補間法を適用するアプローチは、藤井<sup>1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) 8)</sup>によって試みられ、いくつかの新知見が報告された。藤井のこれまでの報告<sup>9) 10)</sup>で、フーリエ補間、ラグランジュ補間、logistic関数との比較論議によりウェーブレット補間法の有効性は示されてきた。また、spline補間との比較も報告<sup>6) 7)</sup>され、数学的にウェーブレット補間法が優れていることが示された。このような経緯の中で、最もシンプルで、人為的な線形補間については取り上げてこなかった。当然、比較議論の対象としては意味がないと考えられていたからである。しかし、この線形補間は古くから折れ線グラフとして利用されており、その利用価値は一樣認められている。もちろん人為的な方法であるために、科学的な客観性を与えることは出来ない。

このような性格を持つ線形補間であるが、依然として現場等での利用価値は高く、その簡便さに大きな利  
愛知工業大学基礎教育センター  
総合教育教室健康科学

点がある。いずれにせよ、線形補間の手法上における合理性と客観性の保障を得ようとするれば、線形補間以外の手法と比較する必要がある。それは数学関数との比較論議であるが、従来までこのような比較の報告は全くない。そこで今回はウェーブレット補間法の有効性を示す意味からも、線形補間とウェーブレット補間の比較を発育・発育学的に検証するものである。

#### 1、線形補間

線形補間は基本的に観測データとデータの間を直線で繋ぐことで、従来から発育プロセスを記述する場合には、折れ線グラフとして描かれていた方法である。この方法は簡便であるために利用範囲も広い。古くから発育プロセスの記述方法として適用され、世界的に最も古いとされる身長縦断的発育記録である、ゲノードモンベヤールの息子の身長発育記録がScammon<sup>11)</sup>によって紹介されている。Tannerによっても線形補間の記述で説明されている。このように古典的な研究では必要不可欠な記述方法であり、Shuttleworth<sup>12)</sup>以来、現在に至るまで、活用されてきた方法と言える。

しかし、思春期ピークを特定するには速度量を導けない欠点がある。つまり、速度曲線を記述するには元の現量値曲線における年次差分を求め、その差分値をプロットした折れ線グラフを描くことにより、速度曲線を描き、その曲線から思春期ピークを求める方法によっていた。この方法では速度の年齢軸を決定する客観性が保障されない。したがって、発育現象としてデータ間を線形で繋ぐ根拠が妥当かどうかは疑問であろう。

## 2、線形補間との比較における問題点

両手法についてその精度を検討しようとする場合、その両手法を比較する方法が問題となる。つまりどのようにして両方法の有効性を示すかということである。実際の発育データを両方法で記述し、その記述された曲線を比較しても、何に対して精度が高いのかその規準がない。それは真の発育曲線が不明である以上比較の客観的論拠を求めることができないからである。そこで、ある関数を基準として設定することにより、その基準の関数をどの程度近似することが可能なのか、その点を両手法で検討することにした

## 3、基準関数の設定

今、基準の関数として先ず三次多項式をウェーブレット補間法と線形補間で補間することを考える。三次多項式 $F(t)$ は以下に示した関数を適用する。そして、この関数に対し、 $t$ が $[0, 10]$  ( $0 \leq t \leq 10$ )の区間で、以下に示したData 1のように、関数上に10個の点を取る。そのデータ点に対しウェーブレット補間法を適用し、また線形補間についてはデータ点を線形で繋ぐ方法を取る。

$$F(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 10t$$

次に、基準関数として四次多項式を適用する。以下に四次多項式 $F(t)$ を示す。

$$F(t) = \frac{t^4}{4} - 2t^3 + \frac{11t^2}{3} - 6t$$

## 三次多項式から導かれたData1

(t)	現量値F(t)
0	0
1	41/6
2	26/3
3	15/2
4	32/6
5	25/6
6	6
7	77/6
8	80/3
9	297/6
10	250/3

以上示したように、四次多項式についても、三次多項式の場合と同様の方法でデータセットを構成する。そのデータセットは以下に示す。

## 四次多項式から導かれたData2

(t)	現量値F(t)
0	0
1	-49/12
2	-28/3
3	-75/4
4	-88/3
5	-385/12
6	-12
7	623/12
8	560/3
9	1701/4
10	2420/3

以上の四次多項式についても線形補間とウェーブレット補間法の両方法で検討する。

## 4、線形補間とウェーブレット補間との比較論議

Fig 1-1は三次多項式 $F(t)$ のグラフであり、Fig 1-2は線形補間したグラフであり、さらにFig 1-3はウェーブレット補間法で補間したグラフである。これらグラフから分かるように、線形補間もウェーブレット補間も概観だけでは精度を比較できない。そこで、ウェーブレット補間および線形補間で補間した元の曲線の $t$ が $[0, 10]$  ( $0 \leq t \leq 10$ )の区間で計算された数値を、三次多項式で実際に計算された数値と比較検討するために残差平方和を求めた。その結果、ウェーブレット補間の残差平方和は0.09396となり、線形補間の残差平方和は35.01であった。このことからウェー

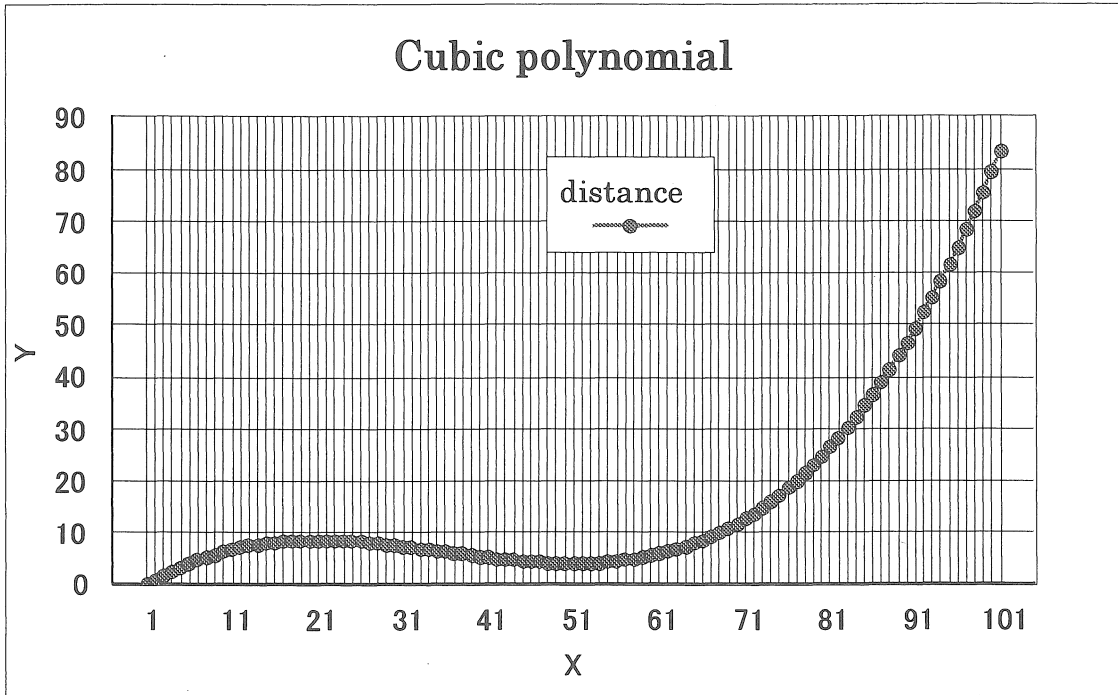


Fig 1-1 Distance curve of cubic polynomial

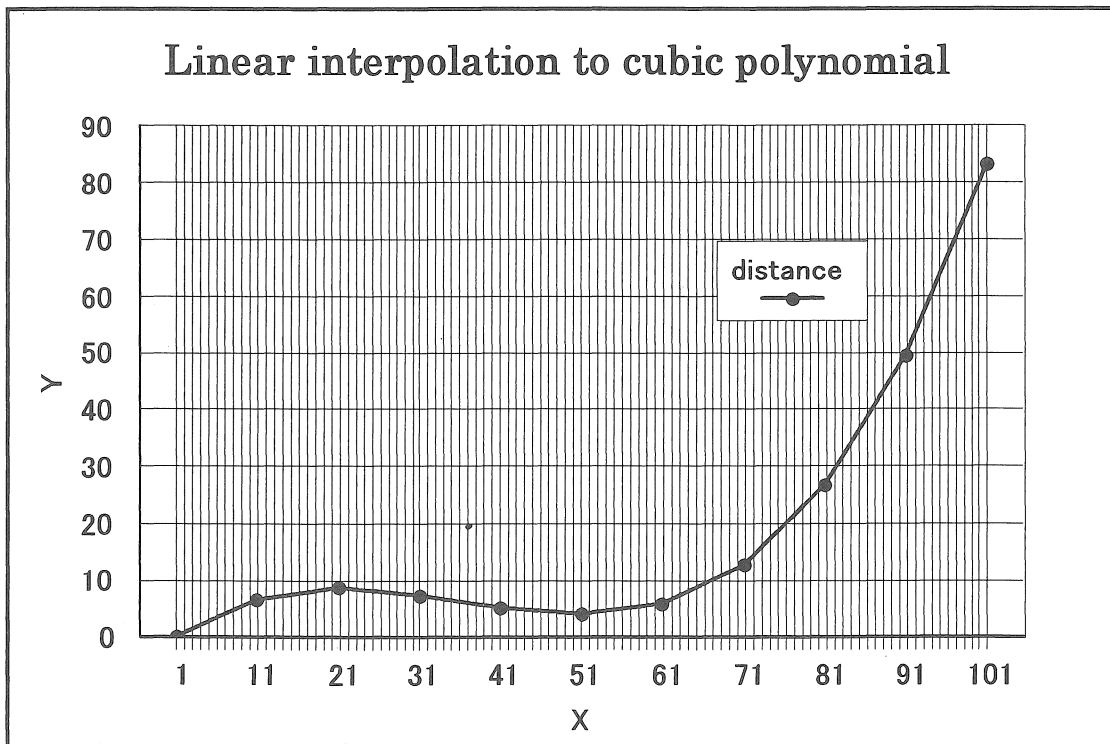


Fig 1-2 Distance curve described by a linear interpolation to cubic polynomial

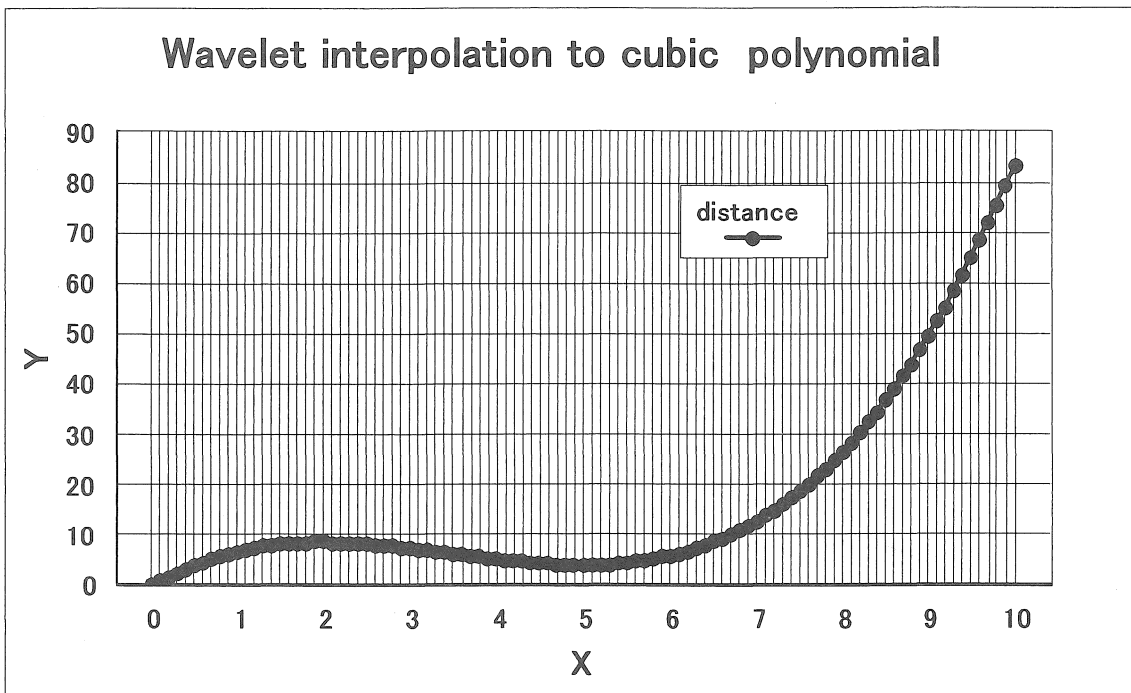


Fig 1-3 Distance curve described by wavelet interpolation to cubic polynomial

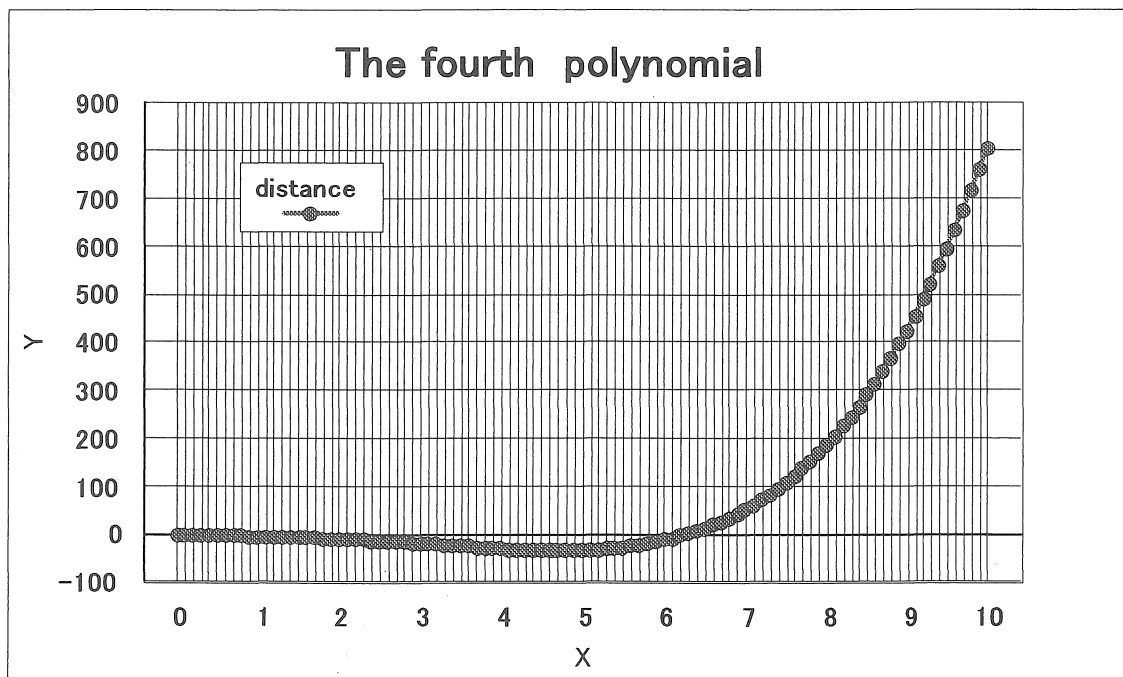


Fig 2-1 Distance curve of the fourth polynomial

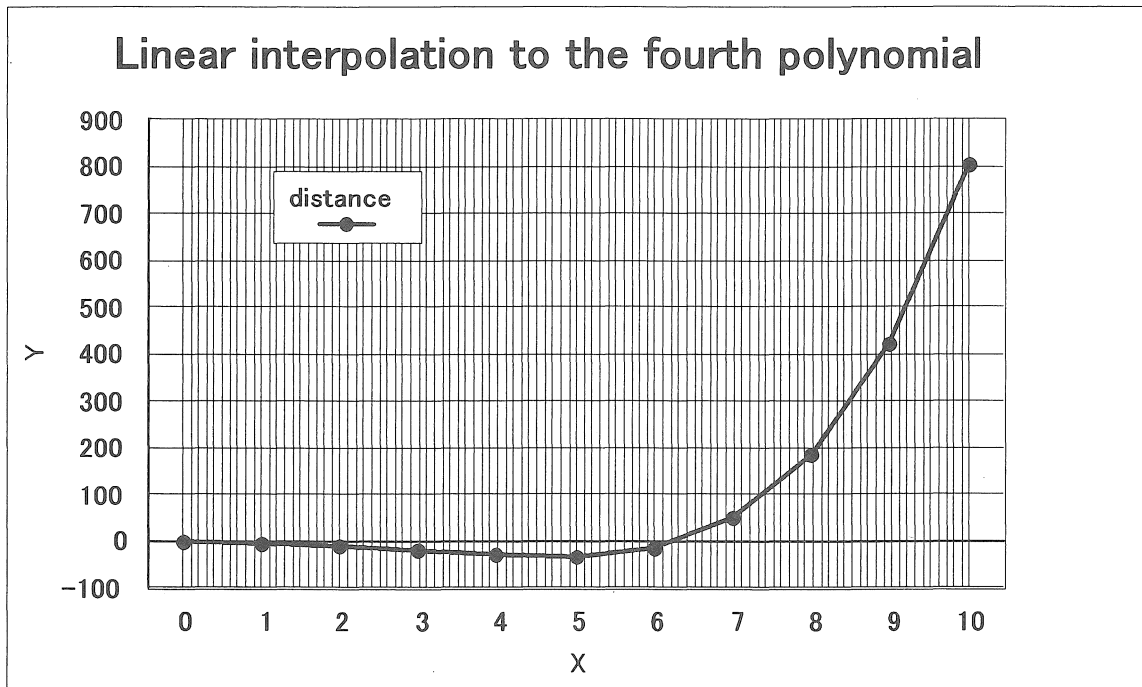


Fig 2-2 Distance curve described by a linear interpolation to the fourth polynomial

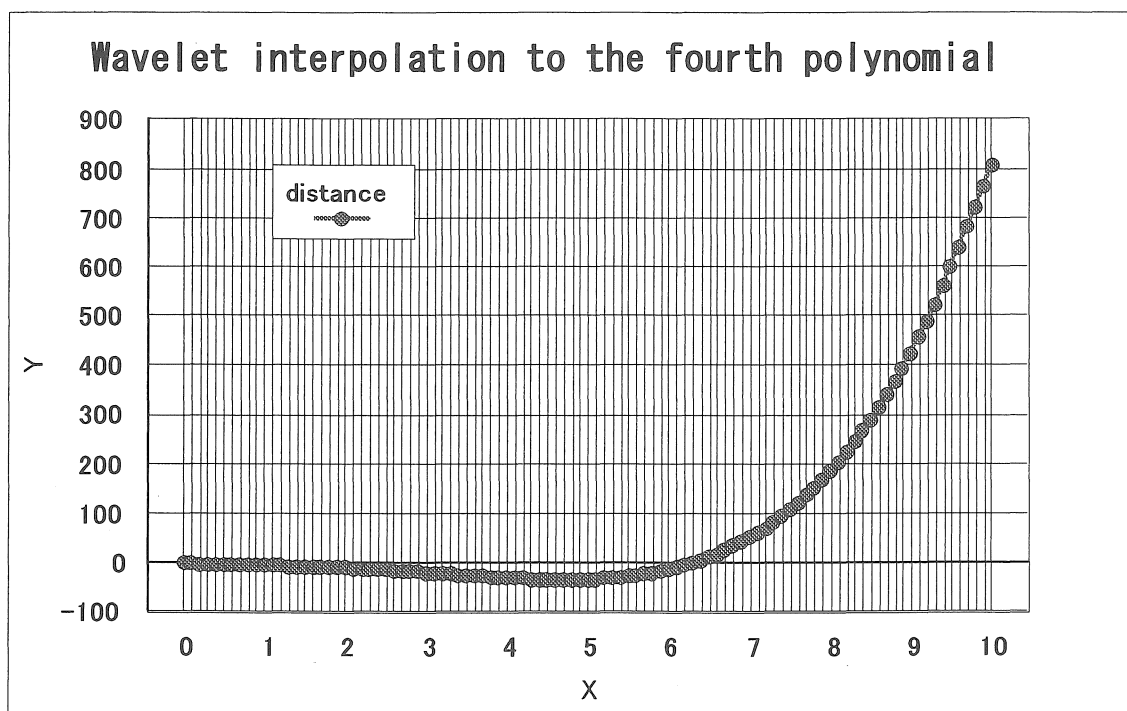


Fig 2-3 Distance curve described by wavelet interpolation to the fourth polynomial

ブレット補間法によって三次多項式を近似する精度は線形補間よりは高いことが示された。

次に、Fig2-1は四次多項式 $F(t)$ のグラフであり、Fig2-2はその四次多項式から得られたデータ点を線形補間したグラフであり、Fig2-3はその点をウェーブレット補間法で補間したグラフである。三次多項式の場合と同様に概観だけでは精度を比較できない。そこで、実際に計算された数値とウェーブレット、線形補間で導かれた数値の残差平方和を求めたところ、ウェーブレット補間では0.0699で、線形補間では4483.7であった。このことから明白なように、線形補間では元の曲線の概観を描く事はできるが、近似の精度はウェーブレット補間法より低い事が示された。したがって、少しでも精度の高い方法を適用しようとするれば、ウェーブレット補間法が妥当であると考えられる。

ここまでは、線形補間とウェーブレット補間法の数学的な意味における有効性の比較である。もちろん数学的にその有効性が認められれば、補間による精度の客観性は保障される。しかし、同じ数学関数同志の比較であれば、今回の比較方法で結論は導かれるが、折れ線グラフである線形補間となると、結論を導き難い。つまり、関数であれ、発育プロセスの記述であれ、概観を把握する意味では目安となる方法であるからだ。特に、数学関数で発育プロセスを記述する場合において、その目安となるのが線形で補間した曲線にどの程度近似するかを基準にしている点である。

しかしながら、発育現象を解明しようとする場合、発育現量値曲線だけの記述からでは解析が難しい。そこで、従来から試みられているのが現量値曲線から得られる年次差分をプロットした速度曲線の解析になるわけである。ところがこの年次差分の速度曲線は厳密には速度として扱えない欠点がある。つまり、線形補間は元の現量値曲線から速度曲線を導けない重要な問題がある。

従来の研究方法において、この問題はほとんど議論されてこなかった。実際は、線形補間で発育曲線を記述する場合、現量値曲線と速度曲線は全く別の次元で議論される必要がある。それは、現量値のプロットを折れ線グラフにすることは、年齢軸と現量値軸との関係において問題はない。しかし、その年次差分を速度として示す場合、年齢軸と速度量の軸の関係が全く合理的な客観性が欠如する。要するに年齢軸と速度が合わないのである。

このような問題点を考慮すると、必然的に線形補間の限界が示され、発育現象を解明しようとする場合、数学関数を適用する事が妥当であり、さらにはウェーブレット補間法を適用する事が有効と考えられる。

## 参 考 文 献

- 1) 藤井勝紀・川浪憲一・長谷川泰洋・山本浩：Wavelet 解析による身長発育の時系列分析，発育発達研究，22：21-28，1994.
- 2) 藤井勝紀・山本浩：身長 of 成熟別発育速度曲線の解析，体力科学，44(3)：431-438，1995.
- 3) 藤井勝紀，山本浩：Wavelet Interpolation Method による男子体重発育におけるPHVの検討，発育発達研究，23：27-34，1995.
- 4) 藤井勝紀，川浪憲一：Wavelet 補間法による男子胸囲の発育曲線から導き出される速度曲線およびPCV年齢の検討，学校保健研究，37：450-459，1995.
- 5) Fujii, K. and Yamamoto, Y.: Wavelet Interpolation Method for time series analysis in the growth and development study. Nagoya Journal of Health, Physical Fitness and Sports, 18 : 13-17, 1995.
- 6) Fujii, K. A comparative interpolation method of WIM and a cubic spline function to longitudinal height data during adolescent in boys, Nagoya Journal of Health, Physical Fitness and Sports, 19 : 9-17, 1996.
- 7) Fujii, K. and Kawanami, K. : An analysis in regard to relationship between age at MPV of height, and its sex difference, Japanese Journal of School Health, 40 : 317-331, 1998.
- 8) Fujii, K. and Matsuura, Y. : Analysis of the velocity curve for height by the Wavelet Interpolation Method in children classified by maturity rate, American Journal of Human Biology, 11 : 13-30, 1999.
- 9) 藤井勝紀、川浪憲一：WIMの構築アルゴリズムにおける発育学的検証 - 生物学的意味におけるフーリエ補間との比較論議 - 、愛知工業大学研究報告” No.33 : 89-95, 1998.
- 10) 藤井勝紀：WIMの構築アルゴリズムにおける発育学的検証 - 生物学的意味におけるラグランジュ補間との比較論議 - 、愛知工業大学研究報告 No.34 : 113-120, 1999.
- 11) Scammon, R. E. : The first seriatim study of human growth, American Journal of Physical Anthropology, 10 : 329-336, 1927.
- 12) Shuttleworth, F.K. 1936. The physical and mental growth of girls and boys age six to nineteen in relation to age at maximum growth. Monogr Soc Res Child Dev No. 3, Vol. 4.