

減衰特性の偏心が剛性偏心建物のねじれ振動に及ぼす影響の研究

A Study on the Effects which Eccentricity of Damping Characteristics affects Torsional Vibration of the Building having Eccentricity of Stiffness

中村満喜男
Makio NAKAMURA

Abstract Torsional vibration arises when building has eccentricity of stiffness. For the method that cancels this torsional vibration, damping device is included on flexible side element. Increasing of damping factor on flexible side element, damping factor which maximum response displacement of stiff and flexible side elements becomes equal, exists. This optimum damping factor depends very on eccentric factor for short basic natural period, but does not depend on eccentric factor for long basic natural period. The optimum value of maximum response displacement depends very on basic natural period, but does not depend on eccentric factor for same basic natural period. In this paper, mixed eccentricity of stiffness and damping factor that superimposes with stiffness eccentricity and damping eccentricity after general consideration of those weights, is considered. If those weights are suitably estimated, when this mixed eccentricity of stiffness and damping factor is equal to zero, maximum response displacement stiff and flexible side elements must become equal. From analytical results, it is clear that the ratio of weight of damping eccentricity to the weight of stiffness eccentricity is 2 to 10.

1. 序

建物は地震動によって慣性力を生じ、減衰力と復元力の和が慣性力と釣り合うはずである。従って建物のねじれ振動特性として、復元力の偏心すなわち剛性偏心が重要であると同じように、減衰力の偏心すなわち耐震要素に付加された減衰装置によって生ずる力の偏心が注目されるべきである。建物の剛性偏心を取り除く最も直接的な方法は、すでに建物平面上に配置された耐震壁の水平剛性を変更することもしくは耐震壁を新しく再配置することである。直接的ではないが、同じくらい有効な剛性偏心を解消する方法として、柔側耐震要素に減衰装置を組み込むことが考えられる。柔側要素に導入される減衰定数が増加すると、剛性偏心によってねじれ振動を生ずる建物の剛側と柔側における最大応答変位が等しくなる現象が生じ、このとき導入される減衰定数が最適減衰定数と定義され、最適減衰定数の性質が幾つかの解析モデルに対して分析されている。また導入される減衰装置の偏心として、減衰定数の偏心(減衰偏心)が新たに考えられ、剛性偏心がもたらすねじれ振動を抑制する効果がこの減衰偏心によって期待される。この減衰偏心と剛性偏心の関係が最適状態(動的に変位に関してねじれ振動

のない状態)に及ぼす影響が検討されている。本論文におけるこれらの分析は各地震動による地震応答解析結果の平均値によって評価されている。

2. 減衰特性に偏心を有する剛性偏心解析モデル

耐震要素の剛性に偏心があつて、ねじれ振動を生ずる最も簡潔な建物の解析モデルが図1に示される。この解析モデル¹⁾において、建物は1層であり、入力地震動はy方向のみの1成分であり、建物平面は $2a \times 2b$ であり、質量は平面に一様に分布しているとする。建物平面形状は $\beta (=b/a)$ で与えられる。解析モデルのねじれ振動特性を決定する無次元パラメータが次の様に導入されている。まず第1にy方向剛性の両側剛性比 $\eta (= (k_1 + k_3) / (k_1 + k_2 + k_3))$ がある。 η は応答系の並進剛性と回転剛性の比を決定する重要なパラメータであり、一般のねじれ振動で扱われる弾力半径と密接な関係がある。第2に直交方向剛性の両側剛性比 $\eta_p (= (2k_4) / (k_1 + k_2 + k_3))$ である。 η_p の値はx方向両側剛性のx方向全剛性(一般的にはx方向もy方向も同じ)に対する比である。 k_1 と k_3 の違いによって静的偏心距離 e_s が生じ、剛性比 $\alpha (= k_3 / k_1$ ここで $k_1 \geq k_3$)によって静的偏心距離の無次元量は次式で表される。

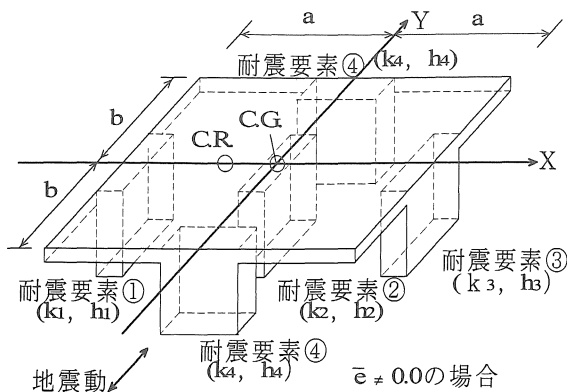


図1 剛性偏心と減衰特性の偏心を有する解析モデル

$$\bar{e}_s = e_s / 2a = 0.5 \eta (1 - \alpha) / (1 + \alpha) \quad (1)$$

弾力半径の無次元量と偏心率は次式によって表される。

$$r_{e_y} / 2a = (\eta / 4.0 - \bar{e}_s^2 + \beta^2 \eta_p / 4.0)^{1/2}$$

$$R_{e_y} = \bar{e}_s / (r_{e_y} / 2a) \quad (2)$$

応答系のねじれ振動の大きさは主として偏心率の大きさによって把握されている。

解析モデルにおける各耐震要素への減衰特性の与え方が次のように考えられた。解析モデルにおけるy方向のみの並進の振動方程式は次式である。

$$M\ddot{y} + (C_1 + C_2 + C_3)\dot{y} + (k_1 + k_2 + k_3)y = -M\ddot{y}_0 \quad (3)$$

上式の自由振動方程式 ($M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = 0$) の減衰定数を h_0 とすると、減衰係数 C は次式で表される。

$$C = 2h_0 K / \Omega_0 \quad (4)$$

$$\text{ただし } h_0 = C/C_0, \quad \Omega_0 = (K/M)^{1/2}$$

式(4)の減衰係数 C は次の様にも書ける。

$$C = 2(h_0 k_1 + h_0 k_2 + h_0 k_3) / \Omega_0 \quad (5)$$

減衰定数 h_0 はy方向全耐震要素に対する平均的な減衰定数と考えられ、各要素の減衰定数が異なるとすれば、上式において各要素に減衰定数 h_j ($j=1\sim 4$) を採用することが可能である。すなわち次式が各要素について減衰定数を異にする応答系の減衰係数を示す。

$$C = 2(h_1 k_1 + h_2 k_2 + h_3 k_3) / \Omega_0 \quad (6)$$

各耐震要素の減衰定数が異なる値を持つことは、耐震要素に組み込まれる減衰装置の能力によって変化すると考えられる。以上より各耐震要素の減衰係数は次式で与えられることが分かる。

$$C_j = 2 h_j k_j / \Omega_0, \quad j = 1 \sim 4 \quad (7)$$

剛性偏心を持つねじれ振動解析モデルにおいて、ねじれ振動を抑制するため柔側耐震要素に強い減衰力を生ずる減衰装置が組み込まれることが考えられた。すなわち剛性偏心と逆方向に減衰力の偏心が与えられたことになる。このような減衰力の偏心として、減衰定数 (h_1, h_2, h_3) に関する偏心距離の無次元量 \bar{e}_h は次式によ

て与えられる。

$$\bar{e}_h = 0.5 \cdot (h_3 - h_1) / (h_1 + h_2 + h_3) \quad (8)$$

ここに $h_3 \geq h_1$

減衰偏心距離は剛性偏心距離と反対方向に取られた長さとして得られる。

3. 振動方程式と応答解析

各耐震要素に異なる減衰定数を有する応答系の振動方程式は次式によって表される。この振動方程式²⁾は建物平面の図心(重心)点における並進と回転(変位は y と θ に相当)の慣性力を含む力の釣合より得られる。

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [k]\{y\} = \{F\} \quad (9)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (1 + \beta^2) / 3 \end{bmatrix}, \quad [K] = \Omega_0^2 \begin{bmatrix} 1 & -2\bar{e}_s \\ -2\bar{e}_s & \eta + \beta^2 \eta_p \end{bmatrix}$$

$$[C] = 2\Omega_0 \cdot$$

$$\begin{bmatrix} (h_1 + \alpha h_3)\eta / (1 + \alpha) + h_2(1 - \eta) & -(h_1 - \alpha h_3)\eta / (1 + \alpha) \\ -(h_1 - \alpha h_3)\eta / (1 + \alpha) & (h_1 + \alpha h_3)\eta / (1 + \alpha) + \beta^2 h_4 \eta_p \end{bmatrix}$$

$$\{y\} = \{y \ a \ \theta\}^T, \quad \{F\} = \{-\ddot{y}_0 \ 0\}^T$$

上式において $[M]$ は質量マトリックス、 $[C]$ は減衰マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{y\}$ は変位ベクトル、 $\{F\}$ は荷重ベクトルである。応答解析は、まず応答系の固有値解析にもとづき、応答系の振動特性が把握された後、モーダル解析によって実行された。これは複素固有値解析によるモーダル解析³⁾であり、一般的な方法であるので、説明は省略されている。

応答解析は、剛性偏心があつて、ねじれ振動が励起されるのを抑制するために、図1における解析モデルの柔側要素③の減衰定数 h_3 のみを他の要素よりも単独で増加させた解析モデルに対して行われた。すなわち剛性偏心を打ち消すように、減衰力に偏心が与えられた。本論文において要素①・要素②・要素④の減衰定数 (h_1, h_2, h_4) の値は全て0.02である。要素③の減衰定数の値として0.02から必要な値まで0.04刻みの値が採用されている。建物の平面形状は正方形で、従つて β の値は1.0である。応答系における並進のみの固有周期 T_0 は0.2秒と0.6秒と1.0秒であり、それぞれは短い、中ぐらい、長い基本固有周期に対応している。直交方向の耐震要素④は結果の分析が容易となる、存在しない場合 ($\eta_p = 0.0$) と比較して存在する場合 ($\eta_p = 0.2$) の2つの場合が考えられている。応答系のねじれ振動特性として、y方向両側剛性比はねじれ振動の効果が大きめに現れるような η の値として0.8と0.6が採用され、この値はやや外側に剛性が分散した応答系を示し、静的偏心距離 \bar{e}_s の値は小さい0.02と中ぐらいの0.06と大きい0.10である。このようなねじれ振動特性を持つ応答系の偏心率 R_{e_y} の値は

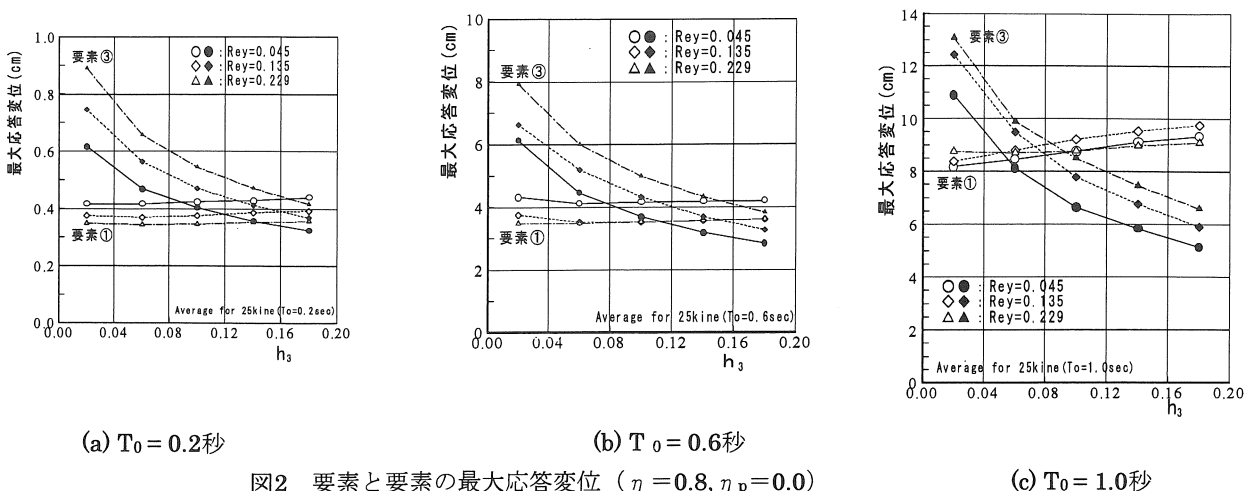


図2 要素と要素の最大応答変位 ($\eta = 0.8, \eta_p = 0.0$)

それぞれの静的偏心距離に対し0.045と0.135と0.229となり、それぞれの値は偏心率が小さい、中くらい、大きいに対応している。

応答解析に用いられた地震波は4つの地震に対する合計8成分である。8成分はエルセントロ 1940 NS・EW タフト 1952 NS・EW 八戸 1968 NS・EW 神戸海洋気象台 1995 NS・EW である。各地震波はそれぞれの最大速度が25カインとなるように正規化され、用いられている。各地震波はそれぞれ過渡的な特性あるいは周波数特性を持ち、応答値もそれによって少なからず変動するので、応答値における全体的な傾向とおよその数値を得るには、各入力地震波に対する応答値の平均値が適切と考えられる。以下で示され、分析・検討される応答値は8成分の地震波に対する応答値の平均値である。

4. 剛側要素と柔側要素の最大応答変位

図2における白抜き印○◇△は剛側要素①の最大応答変位、黒塗りの印●◆▲は柔側要素③の最大応答変位の値を示しており、各印の区別は偏心率の値0.045と0.135と0.229に対応している。図(a)~図(c)は基本固有周期が0.2秒・0.6秒・1.0秒に対応している。柔側要素③の最大応答変位は柔側要素の減衰定数の増加とともに大きく減少し、その折線は右下がりとなっている。この折線のプロット値は偏心率が大きい順に大きくなっている。偏心率が大きければ、柔側要素の剛性が相対的に小さく、入力地震動に対して柔側要素の最大応答変位は大きくなっている。剛側要素①の最大応答変位を示す折線は柔側要素における減衰定数の違いによって影響を受けず、基本固有周期が0.2秒・0.6秒において折線はほぼ水平でその値は一定となっている。しかし基本固有周期が1.0秒になると、折線は減衰定数の増加ともなって若干の右上がり傾向を示す。図2の(a)(b)(c)において、それぞれの偏心率に対応して、剛側要素①と柔側要素③

の最大応答変位が等しくなる点が存在する。すなわち柔側要素③の減衰定数を増加させることによって、剛側と柔側の最大応答変位を等しくすることが可能である。この交点の減衰定数が柔側要素③に付加される最適減衰定数として評価され、そのときの最大応答変位が最適最大応答変位である。

5. 最適減衰定数と最適最大応答変位

図3は、横軸に最適減衰定数(柔側要素③の減衰定数)、縦軸に最適最大応答変位(等しくなった最大応答変位)をとって、図2の交点をプロットして得られた。始めに分析されるのは減衰定数が0.02のときである。最適最大応答変位の大きさは基本固有周期が同じであれば偏心率の違いの影響を受けずほぼ一定である。このことは、柔側要素が最適減衰定数になると、左右の耐震要素の最大応答変位がねじれ振動のない応答系の最大応答変位に近づくことを示している。柔側要素③に導入される最適減衰定数は、基本固有周期が短いと、偏心率の違いに大きく依存し、偏心率が大きいと当然大きくなる。しかしこのときの最適最大応答変位の値は小さく、わずかな最大変位の差を等しくするために大きな減衰定数の導入を必

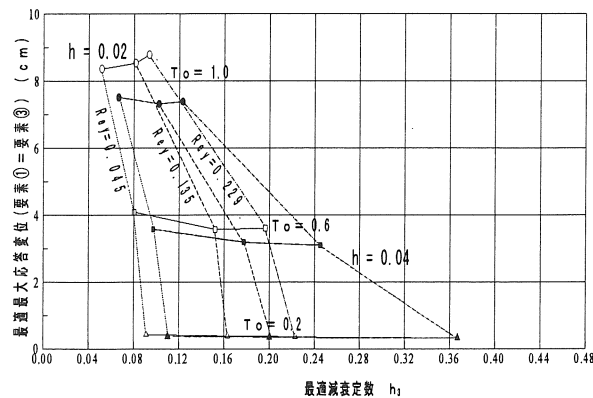


図3 最適減衰定数と最適最大応答変位の関係 ($\eta = 0.8$)

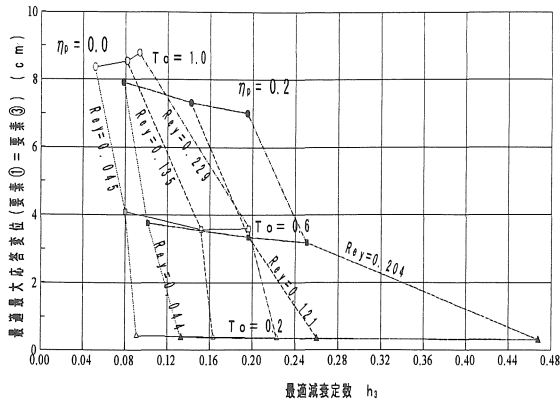


図4 最適減衰定数と最適最大応答変位の関係

($\eta = 0.8$ $\eta_p = 0.2$)

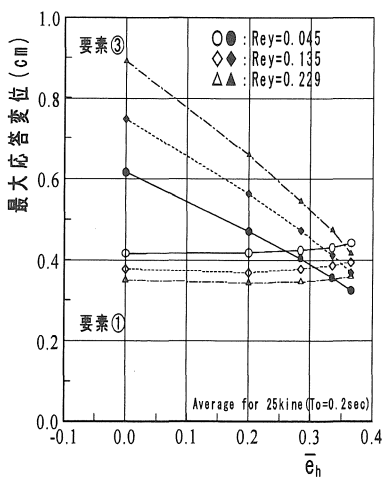
要とする。基本固有周期が長くなると、この最適減衰定数は偏心率の違いの影響を少ししか受けず、わずかな減衰定数の増加によって最適減衰定数が得られることが明らかである。

柔側要素③以外の耐震要素の減衰定数が0.04のとき、同様な解析結果より得られた最適減衰定数と最適最大応答変位の関係が、図3における減衰定数が0.02の場合に重ねて示されている。減衰定数が増加しても、最適減衰定数と最適最大応答変位の関係はほぼ同様な傾向を示し、全体として縦軸の値が小さく、横軸の値は大きくなる。最適最大応答変位は基本固有周期が中くらいまたは長いと、減衰定数の増加に伴い小さくなっている。このことはねじれ振動のない並進のみの応答系と同じ性質である。基本固有周期が短いと偏心率が大きい応答系の最適減衰定数は非常に大きくなっている。

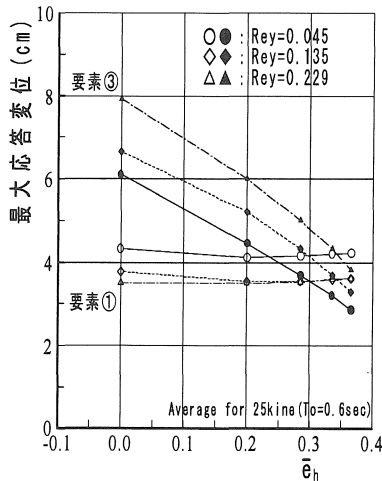
直交方向側の耐震要素④が存在し、その割合は比較的小さく、 η_p が0.2の場合に対する結果が、耐震要素④のない場合に重ねて、図4に示されている。最適減衰定数と最適最大応答変位の関係は、耐震要素の有無によって大きく変わることはなく、よく似た傾向を示す。直交方向耐震要素があると、基本固有周期が長い応答系の最適最大応答変位は小さくなり、基本固有周期に関わらず最適減衰定数は大きくなる。特に、応答系における基本固有周期が短く、偏心率が大きいとき、最適減衰定数の値は非常に大きくなる。

6. 剛性偏心と減衰偏心の重みを考慮して得られる
剛性・減衰混合偏心

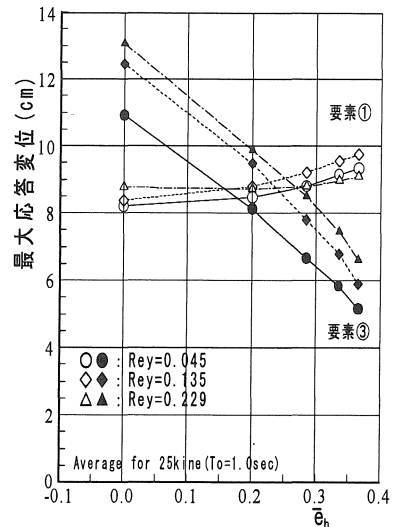
建物が地震動によって、並進ならびにねじれ振動する現象は、剛性偏心と減衰定数の偏心による総合的な混合偏心によって分析可能と考えられる。剛性偏心は各要素に生ずる相対変位によって、減衰定数の偏心は各要素に生ずる相対速度によって、建物全体の並進・ねじれ振動と直接関係づけられ、両者の偏心は偏心距離という長さの次元を持つてはいるが、変位と速度という異なる次元の要因と関係していることが注意されなければならない。そのような注意を踏まえて剛性と減衰のそれぞれの偏心が重ね合わされ、剛性・減衰混合偏心距離という概念の偏心距離が考えられた。図5は、横軸として減衰定数の偏心すなわち減衰偏心 \bar{e}_h を採用し、図2と同じ縦軸を採用して得られた要素①と要素③の最大応答変位の結果である。柔側要素の減衰定数が増加すなわち減衰偏心が増加すると、柔側要素の最大応答変位が剛側要素の最大応答



(a) $T_0 = 0.2$ 秒

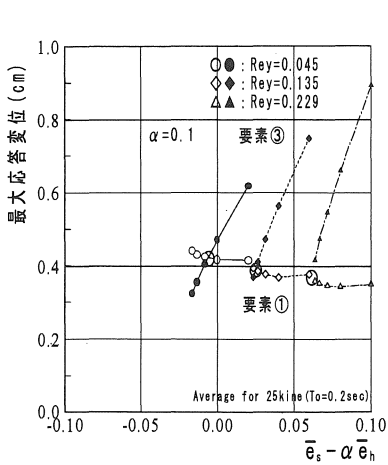


(b) $T_0 = 0.6$ 秒

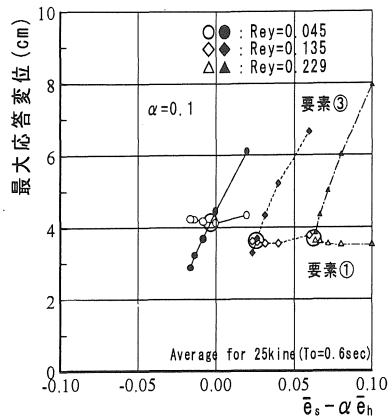


(c) $T_0 = 1.0$ 秒

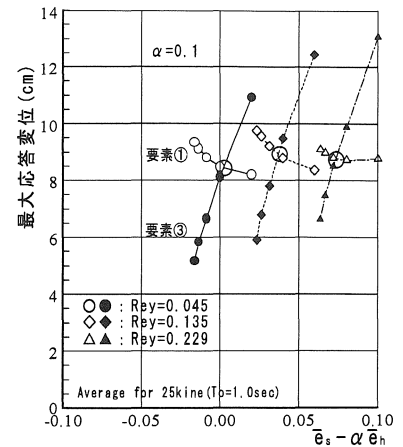
図5 減衰偏心距離と要素①・要素③の最大応答変位 ($\eta = 0.8$, $\eta_p = 0.0$)



(a) $T_0 = 0.2$ 秒

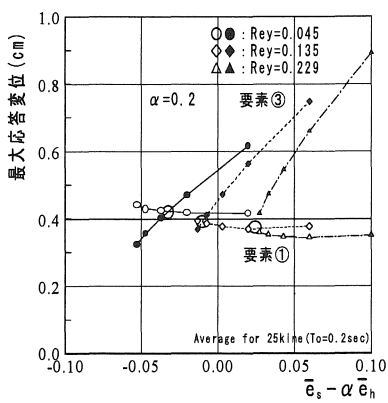


(b) $T_0 = 0.6$ 秒

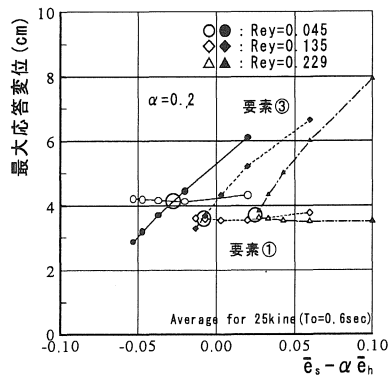


(c) $T_0 = 1.0$ 秒

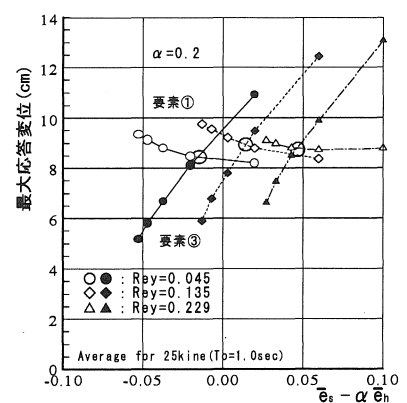
図6 重み α が 0.1 における剛性・減衰偏心距離と最大応答変位 ($\eta = 0.8, \eta_p = 0.0$)



(a) $T_0 = 0.2$ 秒

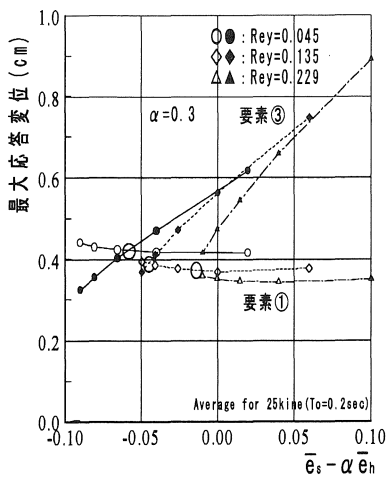


(b) $T_0 = 0.6$ 秒

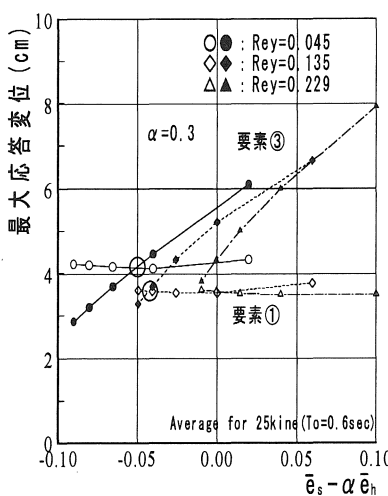


(c) $T_0 = 1.0$ 秒

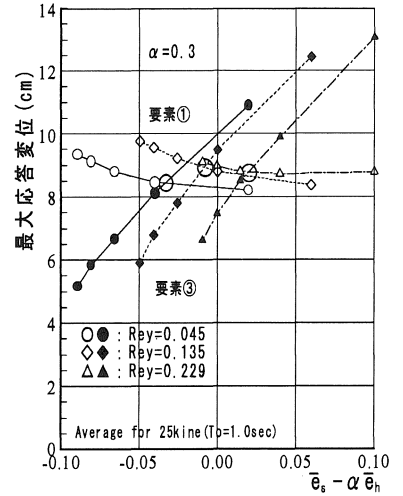
図7 重み α が 0.2 における剛性・減衰偏心距離と最大応答変位 ($\eta = 0.8, \eta_p = 0.0$)



(a) $T_0 = 0.2$ 秒



(b) $T_0 = 0.6$ 秒



(c) $T_0 = 1.0$ 秒

図8 重み α が 0.3 における剛性・減衰偏心距離と最大応答変位 ($\eta = 0.8, \eta_p = 0.0$)

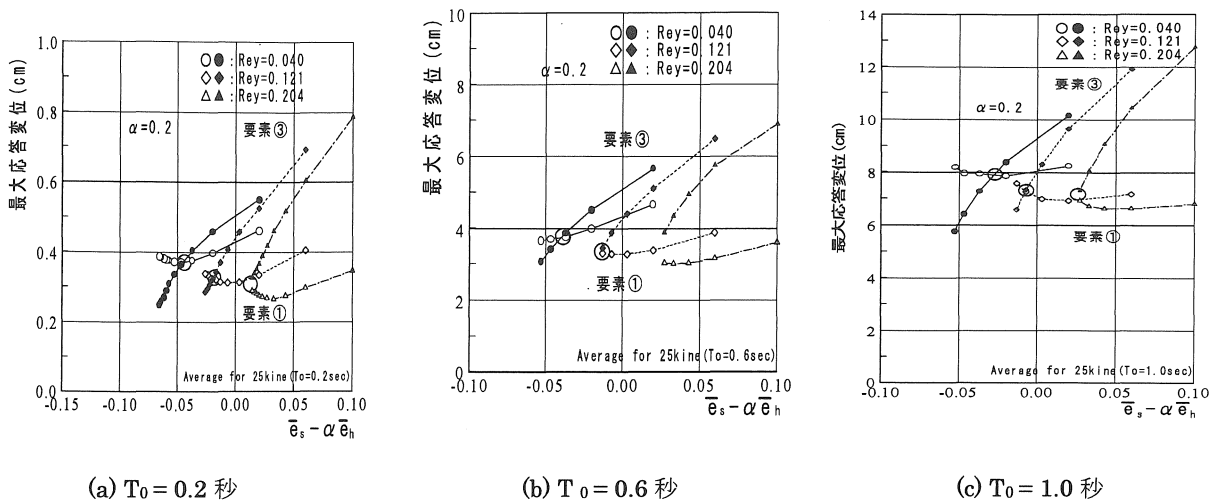


図 9 要素④を有し重み α が 0.2 における剛性・減衰偏心距離と最大応答変位 ($\eta = 0.8, \eta_p = 0.2$)

変位と同じになるそのような減衰偏心が存在する。剛性偏心と減衰偏心を適切に重ね合わせて得られる剛性・減衰混合偏心が零となると、要素①と要素③の最大応答変位は同一時刻発生ではなく動的に等しくなる状態が生じ得る。剛性偏心と減衰偏心は性質の異なる現象に起因して生ずる偏心であるから、剛性・減衰混合偏心は両者に重みを考慮して重ね合わせられる必要がある。剛性偏心の重み 1.0 に対する減衰偏心の重み α が導入され、剛性・減衰混合偏心として値 $(\bar{e}_s - \alpha \bar{e}_h)$ が考えられた。減衰偏心の重みとして値 α (0.1, 0.2, 0.3) に対する結果が図 6 から図 8 に示されている。各図の中で、各基本固有周期 T_0 (0.2 秒, 0.6 秒, 1.0 秒) に対して、剛性の偏心率が小・中・大すなわち図中の印 $\circ \cdot \diamond \cdot \Delta$ について剛側要素と柔側要素の最大応答変位がプロットされ、剛側と柔側の最大応答変位が等しくなる交点が \circ 印で示されている。剛性・減衰混合偏心において適切な重み α が評価されていれば、これらの \circ 印に相当する横軸の値は、零となるはずである。図 6 から図 8 の結果は、両側剛性比 η が 0.8 の場合の結果であり、全水平剛性の 8 割が側に存在するねじれ振動応答系の結果である。図 6 より、偏心率 R_{ey} の値が 0.045 で小さい応答系において、 \circ 印は α が 0.1 のとき、各基本固有周期で横軸の値はほぼ零の値となっている。図 7 より、偏心率が中くらいの値 0.135 であると、 \circ 印は α が 0.2 のとき、各基本固有周期で横軸の値はほぼ零の値である。図 8 より、偏心率が大きい値 0.229 であると、 \circ 印は α が 0.3 のとき、横軸の値はほぼ零の値になっている。 \circ 印が最適減衰定数を与える点であるから、この最適減衰定数の値は、横軸の値が零より、減衰偏心 \bar{e}_h は \bar{e}_s/α の値となり、静的偏心距離より逆算され得る。重み α の値は偏心率 R_{ey} に対して若干の依存性を示すが、偏心率が小・中・大全体に渡って適用できる重み α の値はおおむね 0.2 であることが分かる。

図 9 は、両側剛性比 η が 0.8 で、直行方向両側剛性比 η_p が 0.2 の値を持つねじれ振動応答系の結果である。図中の横軸における減衰偏心の重みは 0.2 であり、最適状態を示す \circ 印は横軸の値として零の近傍に存在する。すなわち直行方向に要素④がある場合においても、減衰偏心の重み α として値 0.2 がほぼ適切であることが分かる。

紙面の都合と分析結果に不明快さが残るため示されていないが、以上の剛性・減衰混合偏心の評価に関する結果は、両側剛性比 η の値が 0.6 すなわち剛性が両側と中央にほぼ均等に分布したねじれ振動応答系においてもほぼ適用できる。しかし基本固有周期 T_0 が 1.0 秒の応答系について、解析パラメータの範囲で \circ 印の最適減衰定数は見つからない。また両側剛性比 η の値が 0.4 で、中央に剛性が集中したねじれ振動応答系において、剛側要素の最大応答変位が柔側要素の最大応答変位より大きくなる場合が偏心率の値によっては生じ、柔側要素の減衰定数を増加させるという単純な操作によって、最適な状態は得られないことが分かった。

7. まとめ

ねじれ振動を解消する方法として、柔側要素に減衰装置を組み込むことが考えられた。得られた結果の分析より、柔側要素の減衰定数を増加させると、剛側要素と柔側要素の最大応答変位が同じになる最適減衰定数が存在する。最適減衰定数は、基本固有周期が短いと偏心率に大きく依存し、偏心率が大きいと大きくなる。最適減衰定数は基本固有周期が長いと、偏心率に対して小さな依存性しか示さないことが明らかである。柔要素の減衰定数が最適減衰定数となると、剛性偏心と減衰偏心の重みを考慮して重ねられた剛性・減衰混合偏心が零となる

はずである。減衰偏心に与えられる重みは剛性偏心の重みのおよそ2割であることが分かった。この関係より、建物に避けられない剛性偏心によって生ずるねじれ振動効果が最小となるために、減衰装置として柔側要素に導入されるべき最適減衰定数の大きさが剛性偏心より逆算できることになる。

参考文献

- 1)中村満喜男：耐力偏心によって生ずる建物のねじれ振動に関する研究，第10回日本地震工学シンポジウム I1-18，1998年11月
- 2)中村満喜男：減衰特性の偏心によるねじれ振動の研究－複素固有値解析－，日本建築学会大会学術講演梗概集，1999年9月
- 3)大崎順彦：振動理論，建築構造学大系24，彰国社，1980年

(受理 平成13年3月19日)