# 位相同期ﾙｰﾌﾟﾓﾃﾞﾙによる分布帰還型半導体ﾚｰｻﾞの相互注入同期の解析

# Analysis of Mutual Injection Locking of Distributed Feedback Laser Diodes with Phase-Locked-Loop Model

森　正和†, 鈴木　基仁†, 水池　秀仁†, 後藤　了祐‡,
後藤　俊夫‡, 山根　一雄††,
Masakazu MORI, Motohiro SUZUKI, Hidehito MIZUCHI, Ryousuke GOTO,
Toshio GOTO, and Kazuo YAMANE

Abstract: Mutual injection locking between two distributed feedback laser diodes is analyzed with a simple phase-locked-loop model derived from the Van der Pol equation. Some characteristics of the mutual injection locking, especially the linewidth controllability, are clearly explained with this model. An analytical expression for the dependence of the linewidth on the laser output powers is obtained. To confirm the validity of the model, linewidths of two distributed feedback laser diodes under the mutually injection locked condition were measured and compared with the results calculated with the phase-locked-loop model. The dependence of the linewidths on the laser output powers agreed well with the calculated ones.

## 1. はじめに

大容量光通信ｼｽﾃﾑでは光源のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を制御することが重要な課題である。たとえば、光ﾌｧｲﾊﾞ伝送路の分散を克服するためには狭いｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅が必要となる[1]。一方、誘導ﾌﾞﾘﾙｱﾝ散乱などの非線形効果を抑圧するためには、むしろある程度広いｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅が必要である[2]。

光源のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を制御する手法としては、注入同期技術が従来から広く研究されている[3-5]。そのほとんどは一方向性の光注入であり、基準となる光源の光出力を別の光源に注入する構成系である。これに対し、二つのﾚｰｻﾞを相互注入同期させる構成系が文献6において初めて提案された。分布帰還型半導体ﾚｰｻﾞ(Distributed Feedback Laser Diodes: DFB LDs)とﾌｧｲﾊﾞﾘﾝｸﾞﾚｰｻﾞを相互注入同期させ、ﾌｧｲﾊﾞﾘﾝｸﾞﾚｰｻﾞを単一縦ﾓｰﾄﾞ発振させたことが報告されている。興味深いのは、二つのﾚｰｻﾞが結合した系において、発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅が注入ﾊﾟﾜｰによって変化したという点である。

相互注入同期は、発振周波数がﾌｧﾌﾞﾘ・ﾍﾟﾛｰﾓｰﾄﾞ間隔だけ離れた二つのDFB LDの間でも生じる。この現象は、波長多重光通信ｼｽﾃﾑの光源波長の安定化に利用することができる[7]。また、連続光を適当な条件でﾌｧﾌﾞﾘ・ﾍﾟﾛｰ LDに注入することによって、二つの縦ﾓｰﾄﾞ間でも相互注入同期が生じる。筆者らはこの現象を利用して、電気信号を用いずに光信号のみでﾓｰﾄﾞ同期を行う「全光制御ﾓｰﾄﾞ同期」に成功している[8]。

このように、相互注入同期したﾚｰｻﾞ系は、発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅の狭窄化などの興味ある特徴を有するにもかかわらず、これまでに系統立った研究はされていない。筆者らのｸﾞﾙｰﾌﾟでは実験中心で研究を進め、いくつかの性質を確認してきたが[7,8]、より根本的に相互注入同期を理解するためには解析ﾓﾃﾞﾙを作って、ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝと並行させながら検討する必要がある。これにより、たとえば、①どのLDが主体となって引き込みが起きるのか、②安定領

† 愛知工業大学　情報通信工学科(豊田市)
‡ 名古屋大学大学院　工学研究科(名古屋市)
†† 富士通株式会社　光開発推進部(川崎市)

域はどうなるか、③発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅はどう変化するか、④ﾃﾞﾊﾞｲｽﾊﾟﾗﾒｰﾀ依存性はどのようになるか、などの応用上で重要な事項に対する予測が可能になると期待される。

本報告では、二つのDFB LDの相互注入同期を位相同期ﾙｰﾌﾟﾓﾃﾞﾙで解析した結果について述べる。但し、発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅の変化に焦点を合わせるため、注入同期時に二つのﾚｰｻﾞの発振周波数が一致する場合に限った。文献6と7がこの場合に相当する。しかし、ここで述べる内容の多くは文献8の場合にも適用できるものである。

## 2. 注入同期現象に対する位相同期ﾙｰﾌﾟﾓﾃﾞﾙ

ここでは、まず注入同期現象におけるLDの振舞いをﾌｧﾝ・ﾃﾞｱ・ﾎﾟﾙ方程式を基にして検討し、位相同期ﾙｰﾌﾟ(Phase Locked Loop:PLL)[9]によりﾓﾃﾞﾙ化する。次に、PLLﾓﾃﾞﾙにﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音を加えることにより、0でない発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を表現する方法を検討する。

### 2·1 線幅が０の場合のﾓﾃﾞﾙ

一方向性注入同期に対するﾓﾃﾞﾙから出発する。注入同期が用いられる応用分野においては、注入側LDと被注入側LDの各々の電界振幅は、発振の中心周波数に比べてゆっくり変化すると考えてよい。そこで、次のように表す。

注入側LD： $E_M(t)=\overline{E_M(t)}\exp(j\omega_0 t)+c.c.$

被注入側LD： $E_{SL}(t)=\overline{E_{SL}(t)}\exp(j\omega_0 t)+c.c.$ （1）

ここで、$\omega_0$は自走時の発振角周波数であり、c.c.は複素

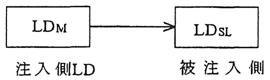


図1　一方向性注入同期

共役を表す。一方向性注入同期に対するﾌｧﾝ・ﾃﾞｱ・ﾎﾟﾙ方程式は、各電界の振幅成分に関するものであり、次のようになる[10]。

$$\frac{d}{dt}\overline{E_{SL}(t)}-(G^{(1)}-\alpha-G^{(3)}|\overline{E_{SL}(t)}|^2)\overline{E_{SL}(t)}=\frac{\overline{E_M(t)}}{2\tau_{pSL}} \quad (2)$$

ここで、$G^{(1)}$は線形利得係数、$\alpha$は損失係数、$G^{(3)}$は飽和利得係数、$\tau_{pSL}$は被注入LDの光子寿命である。各LDの出力振幅は一定であるとし、自走角周波数$\omega_0$からの角周波数ずれを全て位相の中に含めれば、電界振幅は次のように表せる。

$$\overline{E_M(t)}=E_{M0}\exp\{j\phi_M(t)\}$$
$$\overline{E_{SL}(t)}=E_{SL0}\exp\{j\phi_{SL}(t)\} \quad (3)$$

これを(2)に代入すると、実部と虚部から次式を得る。

$$\frac{d}{dt}\phi_{SL}(t)=\frac{E_{M0}}{2\tau_{pSL}E_{SL0}}\sin\{\phi_M(t)-\phi_{SL}(t)\}$$
(4a)

$$G^{(1)}-\alpha-G^{(3)}(E_{SL0})^2=\frac{E_{M0}}{2\tau_{pSL}E_{SL0}}\cos\{\phi_M(t)-\phi_{SL}(t)\} \quad (4b)$$

(4a)が位相同期を記述する方程式であり、(4b)は位相同期時の振幅条件を与える。

(4a)は図2のPLLと等価である。但し、$1/s$はﾗﾌﾟﾗｽ変換で積分を表す記号であり、一般のPLLでは電圧制御発振器(Voltage Controlled Oscillator:VCO)に相当する[9]。また、ﾙｰﾌﾟ利得$K_{SL}$は、被注入LDの光子寿命$\tau_{pSL}$と光ﾊﾟﾜｰ$P_{SL}$、および注入光ﾊﾟﾜｰ$P_M$を用いて次式で表せる。

$$K_{SL}=\frac{E_{M0}}{2\tau_{pSL}E_{SL0}}=\frac{1}{2\tau_{pSL}}\sqrt{\frac{P_M}{P_{SL}}} \quad (5)$$

図2の波線で囲んだ部分が被注入同期側LDを表すPLLﾓﾃﾞﾙである。相互注入同期、すなわち両方向性注入同期では、二つのPLLを互いに接続することになる。

図2は、一般のPLLでﾙｰﾌﾟﾌｨﾙﾀが無い場合に相当する。しかし、ﾙｰﾌﾟ中に積分要素$1/s$が含まれているため、PLLは低域通過特性を持つ。

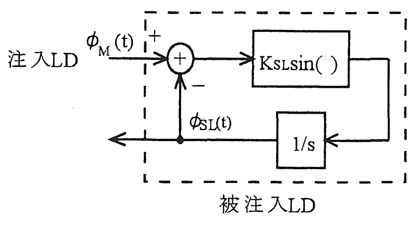


図2　一方向性注入同期に対するPLLﾓﾃﾞﾙ

### 2·2 線幅が０でない場合のﾓﾃﾞﾙ

ここでは、ﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音をPLL中に取り入れて、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅のﾓﾃﾞﾙ化を行う。連続波の場合には、電気信号でも光信号でも、発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は振幅揺らぎではなく、位相揺らぎによってほぼ決定される。ﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音を加えることによって、0でない発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を解析ﾓﾃﾞﾙで表現することができる[11]。ここでは、VCOにﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音を加えて、発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅がどのようになるかをい

くつかの簡単な場合について検討する。

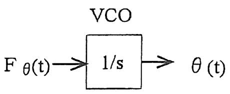


図3　ﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音の効果

図3のように、VCOにﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音$F_\theta(t)$を加えたとき、VCO出力の位相は次の方程式に従う。

$$\frac{d}{dt}\theta(t)=F_\theta(t) \tag{6}$$

ここで、ﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音$F_\theta(t)$は次の性質を持つと仮定する。但し、$\delta(t)$はﾃﾞｨﾗｯｸのﾃﾞﾙﾀ関数である。また、$\langle\ \rangle_{av}$は集合平均を表す。

$$\begin{aligned}&\langle F_\theta(t)F_\theta(t')\rangle_{av}=2D_{\theta\theta}\,\delta(t-t')\\&\langle F_\theta(t)\rangle_{av}=0\end{aligned} \tag{7}$$

$D_{\theta\theta}$の大きさは、自走時にLD出力が０でない、ある線幅を持つよう、以下の如くに決められる。

まず、位相の分散の時間変化を求める。

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}\{\langle\theta(t)^2\rangle_{av}-\langle\theta(t)\rangle_{av}{}^2\}=\\&\quad 2\left\langle\theta(t)\frac{d}{dt}\theta(t)\right\rangle_{av}-2\langle\theta(t)\rangle_{av}\left\langle\frac{d}{dt}\theta(t)\right\rangle_{av}\end{aligned} \tag{8}$$

ここで、右辺第二項は、(6)と(7)から０となる。一方、第一項は $t>0$ として

$$\theta(t)=\int_0^t\frac{d}{dt'}\theta(t')dt'+\theta(0)=\int_0^t F_\theta(t')dt'+\theta(0)$$

となることに注意すると、

$$\begin{aligned}\left\langle\theta(t)\frac{d}{dt}\theta(t)\right\rangle_{av}&=\int_0^t\langle F_\theta(t')F_\theta(t)\rangle_{av}dt'+\theta(0)\langle F_\theta(t)\rangle_{av}\\&=D_{\theta\theta}\end{aligned}$$

これから、(8)は、次のようになる。

$$\frac{d}{dt}\{\langle\theta(t)^2\rangle_{av}-\langle\theta(t)\rangle_{av}{}^2\}=2D_{\theta\theta}$$

従って、

$$\langle\theta(t)^2\rangle_{av}-\langle\theta(t)\rangle_{av}{}^2=2D_{\theta\theta}t \tag{9}$$

すなわち、位相の分散は時間$t$に比例して増加することが分かる。これは、ﾗﾝﾀﾞﾑｳｫｰｸによる位相拡散の特徴である。但し、時刻$t$が負の場合には、その絶対値を取らねばならない。図4は、極座標の位相に$\theta(t)$を対応させて位相拡散の時間的様子を模式的に表したものである。

ﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音による位相拡散は、多数回のｲﾝﾊﾟﾙｽ性雑音による位相変化を積み重ねた結果であるから、中央極限定理によって、その確率分布はｶﾞｳｽ分布になる。すなわち、時刻$t$と$t+\tau$における位相差$\Delta\theta_\tau\equiv\theta(t+\tau)-\theta(t)$は、分散が$\sigma_\tau{}^2=2D_{\theta\theta}\,|\,\tau\,|$のｶﾞｳｽ分布になる。

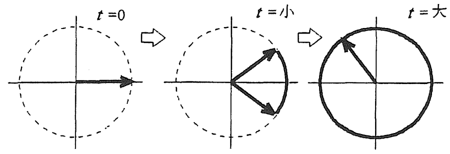


図4　位相拡散の様子

次に、このような位相揺らぎがある正弦波のﾊﾟﾜｰｽﾍﾟｸﾄﾙ密度を求める。VCO出力を $x(t)=A\cos\{\omega_0 t+\theta(t)\}$とすると、自己相関関数$\phi_{xx}(\tau)$は次のように求められる[12]。

$$\begin{aligned}\phi_{xx}(\tau)&=\langle x(t)x(t+\tau)\rangle_{av}\\&=A^2\langle\cos\{\omega_0 t+\theta(t)\}\cos\{\omega_0(t+\tau)+\theta(t+\tau)\}\rangle_{av}\\&=\frac{A^2}{2}\cos(\omega_0\tau)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos(\Delta\theta_\tau)}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_\tau}\exp\left(-\frac{(\Delta\theta_\tau)^2}{2\sigma_\tau{}^2}\right)d(\Delta\theta_\tau)\\&=\frac{A^2}{2}\exp\left(-\frac{\sigma_\tau{}^2}{2}\right)\cos(\omega_0\tau)\\&=\frac{A^2}{2}\exp(-D_{\theta\theta}|\tau|)\cos(\omega_0\tau)\end{aligned} \tag{10}$$

$x(t)$のﾊﾟﾜｰｽﾍﾟｸﾄﾙ密度$\Phi_{xx}(f)$は$\phi_{xx}(\tau)$をﾌｰﾘｴ変換して

$$\begin{aligned}\Phi_{xx}(f)&=\int_{-\infty}^{\infty}\phi_{xx}(\tau)\exp(-j2\pi f\tau)d\tau\\&=\frac{A^2}{4}\left\{\frac{2D_{\theta\theta}}{D_{\theta\theta}{}^2+(2\pi f-\omega_0)^2}+\frac{2D_{\theta\theta}}{D_{\theta\theta}{}^2+(2\pi f+\omega_0)^2}\right\}\end{aligned} \tag{11}$$

これは、図5のように、半値全幅が $\Delta f=D_{\theta\theta}/\pi$のﾛｰﾚﾝﾂ型ｽﾍﾟｸﾄﾙである。逆に、自走時のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅 $\Delta f$ が決まっていれば、ﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音の大きさを表すﾊﾟﾗﾒｰﾀ$D_{\theta\theta}$は、$D_{\theta\theta}=\pi\Delta f$で与えられることになる。

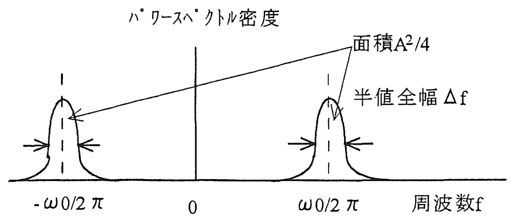


図5　ﾛｰﾚﾝﾂ型ｽﾍﾟｸﾄﾙ

次に、ﾌｨﾙﾀを通してﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音をVCOに加えた場合を考える。図6に示すように、低域通過ﾌｨﾙﾀ(LPF)と高域通過ﾌｨﾙﾀ(HPF)を考える。但し、伝達関数は、遮断周波数 $f_c=\omega_c/2\pi$、$s=j\omega$として次のようであるとする。

$$\text{LPF:}\quad H(s)=\frac{1}{1+s/\omega_c}$$

$$\text{HPF:}\quad H(s)=\frac{1}{1+\omega_c/s} \qquad (12)$$

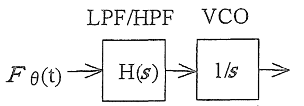


図6　ﾌｨﾙﾀがｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅に及ぼす効果

前と同様にして、VCO出力の位相角$\theta(t)$に対する微分方程式を導き、初期条件をすべて0として解けば、位相差$\Delta\theta_\tau\equiv\theta(t+\tau)-\theta(t)$の分散$\sigma_\tau^2$として次式を得る。

$$\text{LPF:}\quad \sigma_\tau^2=-\frac{2\pi\Delta f}{\omega_c}\{1-\exp(-\omega_c|\tau|)\}+2\pi\Delta f|\tau|$$

$$\text{HPF:}\quad \sigma_\tau^2=\frac{\pi\Delta f}{\omega_c}\{1-\exp(-2\omega_c|\tau|)\} \qquad (13)$$

HPFの場合は、$\tau\to\infty$ でも分散$\sigma_\tau^2$は有限であることが分かる。すなわち、ﾗﾝﾀﾞﾑｳｫｰｸによる位相拡散は起きない。実際、ﾊﾟﾜｰｽﾍﾟｸﾄﾙ密度を求めてみると、線幅0の線ｽﾍﾟｸﾄﾙと、半値全幅 $4nf_c$ のﾛｰﾚﾝﾂ型ｽﾍﾟｸﾄﾙの重ね合わせになる。但し、$n$は自然数である。

一方、LPFの場合は、$\tau\to\infty$で第二項のﾗﾝﾀﾞﾑｳｫｰｸによる位相拡散が支配的となるが、第一項との大小関係で全体のｽﾍﾟｸﾄﾙ形状が変わってくる。遮断周波数をﾊﾟﾗﾒｰﾀとして、高速ﾌｰﾘｴ変換による数値計算でﾊﾟﾜｰｽﾍﾟｸﾄﾙ密度を計算した結果を図7に示す。同図から、LPFの遮断周波数$f_c$が、ﾌｨﾙﾀ無しでのｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅$\Delta f$ の4倍以上であれば、第二項の ﾗﾝﾀﾞﾑｳｫｰｸによる位相拡散の効果が支配的となり、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅$\Delta f$ のﾛｰﾚﾝﾂ型ｽﾍﾟｸﾄﾙで近似できることが分かる。

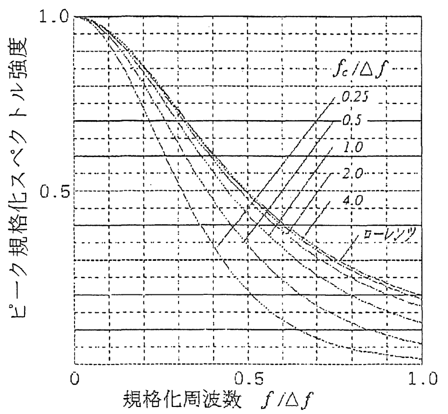


図7　ﾋﾟｰｸ規格化ｽﾍﾟｸﾄﾙ強度の遮断周波数依存性

以上のように、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を決定するのは、低周波の揺らぎである。

## 3. 相互注入同期の動作解析

ここでは、前節で検討したPLLﾓﾃﾞﾙを用いて相互注入同期の動作解析を行う。特に、発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅の変化は応用上で重要であるため、詳しく検討する。

### 3·1 線幅0の場合の相互注入同期の動作特性

相互注入同期では、図8のように二つのLDが互いに光を注入し合う。まず、自走周波数が等しい場合を考え、前節のPLLﾓﾃﾞﾙを用いて表すと図9のようになる。


図8　相互注入同期

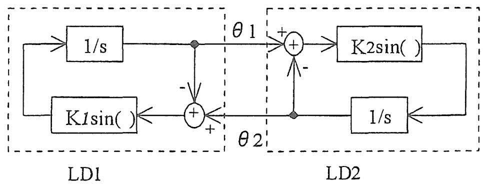


図9　相互注入同期のPLLﾓﾃﾞﾙ（線幅0）

図9で、各LDの出力位相$\theta_1(t)$と$\theta_2(t)$は次式に従う。

$$\frac{d}{dt}\theta_1(t)=K_1\sin\{\theta_2(t)-\theta_1(t)\}$$

$$\frac{d}{dt}\theta_2(t)=K_2\sin\{\theta_1(t)-\theta_2(t)\}=-\frac{K_2}{K_1}\frac{d}{dt}\theta_1(t) \qquad (14)$$

位相同期時には、$\theta_2(t)-\theta_1(t)=n\pi$が成り立つ。ここで、$n$は整数である。安定性解析を行うと、$n$が奇数の状態は不安定であることが分かる。

このように、二つのLDが相互注入し合う場合は、$\theta_1(t)$と$\theta_2(t)$の差が一定となるように動作する。従って$\theta_1(t)$が変動すると、それに合わせて$\theta_2(t)$が変化し、その変化が$\theta_1(t)$に戻ってくる。このﾌｨｰﾄﾞﾊﾞｯｸ動作によって、後に述べるように、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は自走時の値から変化す

ることになる。

一方、自走周波数が等しくない場合には、図10に示すように、ﾙｰﾌﾟ内に角周波数のｵﾌｾｯﾄを加えればよい。図のように、自走時の発振角周波数を$\omega_{1,2}=\omega_0\pm\delta\omega/2$としても一般性を失わないので、この条件で検討する。

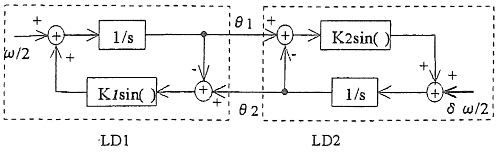


図10　自走周波数が等しくない場合のPLLﾓﾃﾞﾙ（線幅0）

このときの出力位相は次式に従う。

$$\frac{d}{dt}\theta_1(t)=K_1\sin\{\theta_2(t)-\theta_1(t)\}-\frac{\delta\omega}{2}$$
$$\frac{d}{dt}\theta_2(t)=K_2\sin\{\theta_1(t)-\theta_2(t)\}+\frac{\delta\omega}{2}\qquad(15)$$

これから、位相に関する次の運動方程式が得られる。

$$\frac{\frac{d}{dt}\theta_1(t)+\frac{\delta\omega}{2}}{K_1}+\frac{\frac{d}{dt}\theta_2(t)-\frac{\delta\omega}{2}}{K_2}=0\qquad(16)$$

この式を図示すると図11のようになる。これから、中心角周波数を$\omega_0$として、

$K_2<K_1$では$\omega_0$より高い角周波数
$K_2=K_1$では$\omega_0$
$K_2>K_1$ では$\omega_0$より低い角周波数

で引き込みが安定することが分かる。つまり、発振角周波数はﾙｰﾌﾟ利得が小さい方のLD側に引っ張られることになる。但し、同期状態での発振角周波数は両LD共に

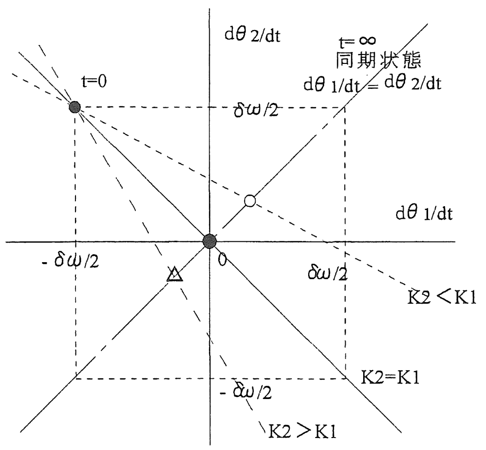


図10　ﾙｰﾌﾟ利得による同期角周波数の変化

自走時から変化している。ﾙｰﾌﾟ利得が小さい方のPLLの発振角周波数変化がより小さいという意味である。

### 3·2 相互注入同期時のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅の解析

ここでは、二つのPLLが相互注入同期した場合のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を解析する。簡単のため、自走周波数は同じと仮定する。図11に解析ﾓﾃﾞﾙを示す。自走周波数が異なっている場合には、位相同期した状態での各PLL動作点における小信号ﾙｰﾌﾟ利得を用いれば、ここで述べるのと同様な議論ができる。

各PLL出力のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を$\Delta f_1$、$\Delta f_2$とすると、前節の結果から、ﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音として次式を仮定すればよい。

$$\langle F_1(t)F_1(t')\rangle_{av}=2\pi\,\Delta f_1\,\delta(t-t')$$
$$\langle F_2(t)F_2(t')\rangle_{av}=2\pi\,\Delta f_2\,\delta(t-t')\qquad(17)$$
$$\langle F_1(t)F_2(t')\rangle_{av}=0$$

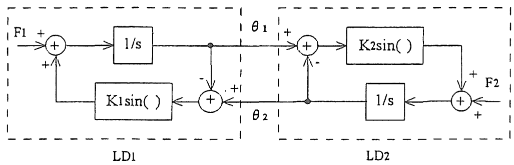


図11　相互注入同期のPLLﾓﾃﾞﾙ(線幅≠0)

相互注入時には、各PLLの位相は次式に従う。

$$\frac{d}{dt}\theta_1(t)=K_1\sin\{\theta_2(t)-\theta_1(t)\}+F_1(t)$$
$$\frac{d}{dt}\theta_2(t)=K_2\sin\{\theta_1(t)-\theta_2(t)\}+F_2(t)\qquad(18)$$

位相同期点は、$2\pi$の整数倍の差を無視して、$\theta_1(t)=\theta_2(t)$であるが、ﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音のために$\theta_1(t)$と$\theta_2(t)$はﾗﾝﾀﾞﾑｳｫｰｸして位相が拡散していく。しかし、同期はずれが生じない限り、$\theta_2(t)-\theta_1(t)$は微少な値だから、$\sin\{\theta_2(t)-\theta_1(t)\}\fallingdotseq\theta_2(t)-\theta_1(t)$とおける。ﾗﾝｼﾞｭﾊﾞﾝ雑音による瞬時角周波数の揺らぎがﾌﾟﾙｲﾝﾚﾝｼﾞよりも十分小さければ、このような近似が成り立つ。この条件は言い換えると、自走時のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅がﾌﾟﾙｲﾝﾚﾝｼﾞよりも十分小さいということである。

この近似の下では、(18)は次のようになる。

$$\frac{d}{dt}\theta_1(t)=K_1\{\theta_2(t)-\theta_1(t)\}+F_1(t)$$
$$\frac{d}{dt}\theta_2(t)=K_2\{\theta_1(t)-\theta_2(t)\}+F_2(t)\qquad(19)$$

ここで、後の計算に都合が良いように、次の量を定義する。

$\theta_1(t)$の分散：$\langle \Delta \theta_1{}^2(t) \rangle_{av} \equiv \langle \theta_1{}^2(t) \rangle_{av} - \langle \theta_1(t) \rangle_{av}{}^2$

そのﾗﾌﾟﾗｽ変換→$\Theta_{11}(s)$

$\theta_2(t)$の分散：$\langle \Delta \theta_2{}^2(t) \rangle_{av} \equiv \langle \theta_2{}^2(t) \rangle_{av} - \langle \theta_2(t) \rangle_{av}{}^2$

そのﾗﾌﾟﾗｽ変換→$\Theta_{22}(s)$

$\theta_1(t)$と$\theta_2(t)$の共分散:

$$\langle \Delta \theta_1(t) \theta_2(t) \rangle_{av} \equiv \langle \theta_1(t) \theta_2(t) \rangle_{av} - \langle \theta_1(t) \rangle_{av} \langle \theta_2(t) \rangle_{av}$$

そのﾗﾌﾟﾗｽ変換→$\Theta_{12}(s)$

前節と同様にして、これらの量の時間変化を表す微分方程式を求め、全ての初期値が0としてﾗﾌﾟﾗｽ変換すると、次の連立方程式を得る。

$$\begin{pmatrix} s+2K_1 & 0 & -2K_1 \\ 0 & s+2K_2 & -2K_2 \\ -K_2 & -K_1 & s+K_1+K_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_{11}(s) \\ \Theta_{22}(s) \\ \Theta_{12}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\pi \Delta f_1/s \\ 2\pi \Delta f_2/s \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

これを解くと、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅に関係する$\theta_1(t)$の分散と$\theta_2(t)$の分散について次の解が得られる。

$$\Theta_{11}(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{B_1}{s^2} + \frac{C_1}{s+(K_1+K_2)} + \frac{D_1}{s+2(K_1+K_2)}$$

$$\Theta_{22}(s) = \frac{A_2}{s} + \frac{B_2}{s^2} + \frac{C_2}{s+(K_1+K_2)} + \frac{D_2}{s+2(K_1+K_2)}$$

但し、

$$A_1 = \frac{\pi K_1}{(K_1+K_2)^3} \{(K_1+4K_2)\Delta f_1 - 3K_1 \Delta f_2\}$$

$$A_2 = \frac{\pi K_2}{(K_1+K_2)^3} \{-3K_2 \Delta f_1 + (4K_1+K_2)\Delta f_2\}$$

$$B_1 = B_2 = \frac{2\pi}{(K_1+K_2)^2} (K_2{}^2 \Delta f_1 + K_1{}^2 \Delta f_2) \quad (21)$$

$$C_1 = \frac{4\pi K_1}{(K_1+K_2)^3} (-K_2 \Delta f_1 + K_1 \Delta f_2)$$

$$C_2 = \frac{4\pi K_2}{(K_1+K_2)^3} (K_2 \Delta f_1 - K_1 \Delta f_2)$$

$$D_1 = -\frac{\pi K_1{}^2}{(K_1+K_2)^3} (\Delta f_1 + \Delta f_2)$$

$$D_2 = -\frac{\pi K_2{}^2}{(K_1+K_2)^3} (\Delta f_1 + \Delta f_2)$$

$t \to \infty$で支配的になるのは$B_1$と$B_2$に対応する項である。すなわち、同期状態でも$\theta_1(t) \fallingdotseq \theta_2(t)$を保ちながらﾗﾝﾀﾞﾑｳｫｰｸすることが分かる。式(10)の$\sigma_\tau{}^2$のところに$B_1|\tau|$、或いは$B_2|\tau|$を代入すれば、$LD_1$と$LD_2$のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅が得られる。$B_1=B_2$であるから、結局、異なる自走時ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅$\Delta f_1$、$\Delta f_2$のLDが相互注入同期すると、同期時には両者のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は等しくなり、次式で与えられることになる。

$$\Delta f_{MIL} = \frac{K_2{}^2 \Delta f_1 + K_1{}^2 \Delta f_2}{(K_1+K_2)^2} \quad (22)$$

(21)式の全ての項を入れて、高速ﾌｰﾘｴ変換によりﾊﾟﾜｰｽﾍﾟｸﾄﾙ密度を計算した結果を図12に示す。計算においては簡単化のため、$K_1=K_2\equiv K$、$\Delta f_1=\Delta f_2 \equiv \Delta f$とし、$K$をﾊﾟﾗﾒｰﾀに設定した。

ﾙｰﾌﾟ利得が大きくなるにしたがって、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は一定値に収束する。同図から、$B_1$と$B_2$に対応する項以外を無視してよいのは、ﾙｰﾌﾟ利得$K_1$と$K_2$が自走時のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅$\Delta f_1$、$\Delta f_2$の$2\pi$倍程度以上の場合であることが分かる。電気PLL、光PLLのいずれにおいても上記の条件は十分に満足されており、発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅はﾗﾝﾀﾞﾑｳｫｰｸによる位相拡散で決定されると考えてよい。

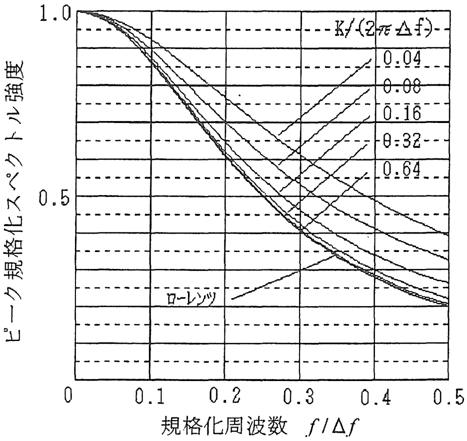


図12 ﾋﾟｰｸ規格化ｽﾍﾟｸﾄﾙ強度のﾙｰﾌﾟ利得依存性

次に、ﾙｰﾌﾟ利得が式(5)により与えられることを用いて、式(22)を各LDの光子寿命と出力ﾊﾟﾜｰで表すことを考える。一般には、図13のように二つのLD間には光損失Lが入ることを考慮せねばならない。そこで、ﾙｰﾌﾟ利得は次のようになる。

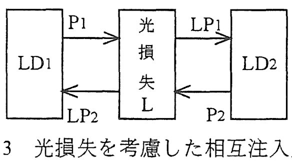


図13 光損失を考慮した相互注入系

$$K_1 = \frac{\sqrt{L}E_2}{2\tau_{p1}E_1} = \frac{1}{2\tau_{p1}}\sqrt{\frac{LP_2}{P_1}}$$

$$K_2 = \frac{\sqrt{L}E_1}{2\tau_{p2}E_2} = \frac{1}{2\tau_{p2}}\sqrt{\frac{LP_1}{P_2}} \quad (23)$$

これを用いると、相互注入同期時のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は、次式のように損失$L$に無関係であることが分かる。

$$\Delta f_{ML} = \frac{(\tau_{p1}P_1)^2\Delta f_1 + (\tau_{p2}P_2)^2\Delta f_2}{(\tau_{p1}P_1+\tau_{p2}P_2)^2} \qquad (24)$$

特に、両LDの光子寿命が等しい場合には、LDの出力ﾊﾟﾜｰ比のみで表現することができる。

$$\Delta f_{ML} = \frac{P_1^2\Delta f_1 + P_2^2\Delta f_2}{(P_1+P_2)^2} = \frac{(P_1/P_2)^2\Delta f_1 + \Delta f_2}{(1+P_1/P_2)^2} \qquad (25)$$

この式は、二つのLDの出力ﾊﾟﾜｰ比を変化させることによって、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を変化させることが可能であることを示す。ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅が制御可能であることは相互注入同期の重要な性質である。

一方、文献8に述べられている全光制御ﾓｰﾄﾞ同期法では、ﾌｧﾌﾞﾘ･ﾍﾟﾛｰ LDにcw光を注入して、縦ﾓｰﾄﾞ間の相互注入同期を起こさせる。この場合は、$\Delta f_1=\Delta f_2\equiv\Delta f$、$K_1=K_2\equiv K$ とおけるから、

$$\Delta f_{ML} = \frac{\Delta f}{2} \qquad (26)$$

従って、相互注入同期が起きると、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は自走時の1/2倍になる。このことは全光制御ﾓｰﾄﾞ同期の動作において重要な意味を持つ。一旦、二つの主ﾓｰﾄﾞ間で相互注入同期が起これば、それらのｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅が狭くなるため、主ﾓｰﾄﾞ間の四光波混合成分が強く現れて、隣接ﾓｰﾄﾞを注入同期することが可能となることを意味するからである。

## 4. 相互注入同期におけるｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅の測定

ここでは、二つのDFB LDを用いて相互注入同期を起こさせ、発振ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅の変化を測定した結果について述べる。

### 4.1 実験系

実験には、波長1.55$\mu$m帯の端面反射率非対称型DFB LDを二個用いた。共振器長は300$\mu$mである。

実験系を図14に示す。各々のLDのｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は、ﾓﾆﾀ側端面からの光出力を狭線幅(≦100kHz)の波長可変LDを用いてﾍﾃﾛﾀﾞｲﾝ検波することによって測定した。各DFB LDの光出力は、可変減衰器を介して互いに注入し合う状態になっている。二つのLD間の距離と結合効率は、安定な相互注入同期が起きるところに設定して測定した。また、各LDの出力ﾊﾟﾜｰは、ﾊﾞｲｱｽ電流を変化させることによって調節した。尚、周囲温度の影響を抑えるために、各LDの温度は温度制御器によって一定値に制御してある。

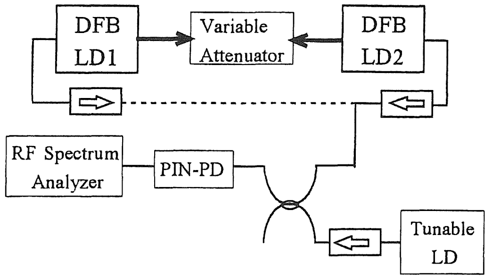


図14　相互注入同期の実験系

### 4.2 実験結果

自走時の各LDのｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は、LD$_1$が3MHz(出力ﾊﾟﾜｰ 0.0dBm)、LD$_2$が7MHz(出力ﾊﾟﾜｰ 2.9dBm)であった。尚、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は、測定ｽﾍﾟｸﾄﾙﾃﾞｰﾀにﾛｰﾚﾝﾂ曲線を当てはめて求めた。

LD$_2$のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅の変化を測定した例を図15に示す。この場合には、自走時の値7MHzから相互注入時の値1.4MHzへと、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅の狭窄化が起きていることが分かる。相互注入同期時には、二つのLDのｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は等しくなり、且つ、発振周波数が安定化することが観測された。

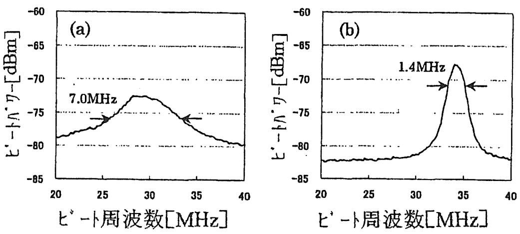


図15　LD$_2$のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅の変化
(a)自走時　(b)相互注入同期時

相互注入同期の状態で、各LDの出力ﾊﾟﾜｰを変化させてｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を測定した結果を図16に示す。実験に使用したLDは同一のﾁｯﾌﾟ構造であり、かつ閾値電流がほぼ同じであるため、光子寿命もほぼ同じになる。そこで式(25)を用い、$\Delta f_1$=3MHz、$\Delta f_2$=7MHzとして計算した結果

を実線で示す。計算結果は実験値とよく一致していることが分かる。一般的には、自走時のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は、ほぼ出力ﾊﾟﾜｰの逆数に比例して変化する[13]から、出力ﾊﾟﾜｰの変化範囲が広くなるに従って、式(25)の値からずれてくると予想される。

図16で注目すべき点は、適当な出力ﾊﾟﾜｰの状態で相互注入同期させることができれば、ｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅は各LDの自走時の値よりも小さくできること、および、出力ﾊﾟﾜｰ比を変化することによってｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅を調節できることである。

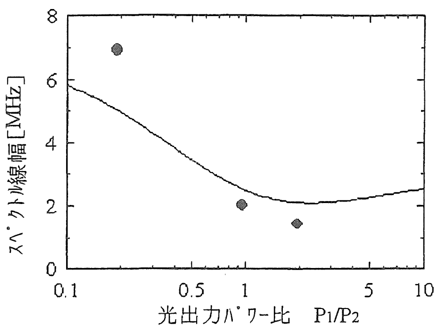


図16 相互注入同期時のｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅

## 5. まとめ

分布帰還型半導体ﾚｰｻﾞの相互注入同期について、位相同期ﾙｰﾌﾟﾓﾃﾞﾙによる動作特性の解析を行った。これにより、LDのﾃﾞﾊﾞｲｽﾊﾟﾗﾒｰﾀと同期特性との関係が明らかになると共に、いくつかの特性についての予測が可能となった。特に重要なｽﾍﾟｸﾄﾙ線幅については、実験を行い、位相同期ﾙｰﾌﾟﾓﾃﾞﾙで得られた結果が妥当であることを確認した。

今後は、位相同期ﾙｰﾌﾟﾓﾃﾞﾙによる解析と実験とを組み合わせながら、相互注入同期の諸特性を系統的に解明していく予定である。

参考文献

1) X.Gu and L.C.Blank,"10Gbit/s unrepeatered three-level optical transmission over 100km of standard fibre",*Electron.Lett.*,**29**,pp.2209-2211(1993).

2) D.Cotter,"Suppression of stimulated Brillouin scattering during transmission of high-power narrowband laser light in monomode fibre",*Electron.Lett.*,**18**,pp.638-640(1982).

3) S.Kobayashi and T.Kimura,"Injection locking characteristics of an AlGaAs semiconductor laser",*IEEE J.Quantum Electron.*,**QE-16**,pp.915-917(1980).

4) K.Kikuchi and C.E.Zah,"Spectral, phase noise and phase modulation characteristics of AM sideband injection-locked semiconductor lasers",*Electron.Lett.*,**23**,pp.437-439(1987).

5) M.Yoshino and K.Inoue,"Chirp reduction in wavelength conversion using a laser diode by injection locking", *Electron. Lett.*,**30**,pp.1956-1957(1994).

6) L.W.Liou, M.Yu, T.Yoshino, and G.P.Agrawal,"Mutual injection locking of a fibre laser and a DFB semiconductor laser",*Electron.Lett.*,**31**,pp.41-42(1995).

7) R.Goto, T.Goto, H.Kasuya, M.Mori, and K.Yamane, "Mutual injection locking between two DFB LDs which lase at frequencies separated by one Fabry-Perot mode spacing", *Electron.Lett.*,**34**,pp.1669-1670(1998).

8) H.Kasuya, M.Mori, R.Goto, T.Goto, and K.Yamane,"All optical mode locking of Fabry-Perot laser diode via mutual injection locking between two longitudinal modes",*Appl.Phys. Lett.*,**75**,pp.13-15(1999).

9) F.M.Gardner, *Phaselock Techniques* (Wiley, New York), Chap.2(1979).

10) O.Hirota and Y.Suematsu,"Noise properties of injection lasers due to reflected waves",*IEEE J.Quantum Electron.*,**QE-15**,pp.142-149(1979).

11) M.Sargent III, M.O.Scully, and W.E.Lamb,Jr., *Laser Physics*(Addison Wesley, Reading)3rd ed.,pp.310-315(1977).

12) J.A.Armstrong,"Theory of interferometric analysis of laser phase noise",*J.Opt.Soc.Am.*,**56**,pp.1024-1031(1966).

13) C.H.Henry,"Theory of the linewidth of semiconductor lasers",*IEEE J.Quantum Electron.*,**QE-18**,pp.259-264(1982).

（受理 平成12年3月18日）